

## Матбой 7-10, вариант 2

1. В однокруговом волейбольном турнире участвовали 14 команд. *Интересной* назовем команду, выигравшую нечетное число матчей, а *особенной* – команду, выигравшую нечетное число матчей у интересных. Докажите, что число особенных команд четно. (Напомним, что в волейболе ничьих не бывает).
2. В треугольнике  $ABC$   $\angle A = 70^\circ$ ,  $\angle B = 80^\circ$ . Внутри треугольника взята точка  $M$  такая, что  $\angle ACM = 10^\circ$ ,  $\angle MBC = 20^\circ$ . Докажите, что  $CM = AB$ .
3. Для натуральных чисел  $a, b, c$  известно, что  $a^b$  делится на  $b^a$ , а  $b^c$  делится на  $c^b$ . Докажите, что  $a^c$  делится на  $c^a$ .
4. На доске написаны числа  $1, 2, 3, \dots, 100$ . Петя и Вася играют, начинает Петя. Каждым ходом надо стереть восемь чисел с суммой 404. Кто не может сделать ход, проиграл. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?
5. Назовем кирпичом прямоугольный параллелепипед, у которого длина, ширина и высота различны. Можно ли поверхность какого-нибудь кирпича оклеить без перекрытий пятью бумажными квадратами? (Квадраты можно перегибать через ребра, размеры их не обязательно одинаковы).
6. Можно ли разбить числа  $2, 3, 4, \dots, 1000$  на две группы так, чтобы сумма чисел первой группы была равна произведению чисел второй группы?
7. Оле дали число  $x$ , записанное как обыкновенная дробь с однозначным знаменателем. Числа  $2x$ ,  $4x$  и  $5x$  оказались не целыми и не полуцелыми. Она округлила каждое из них до ближайшего целого и результаты сложила. Получилось 120. Найдите  $x$ .
8. Три байкера ездят по круглому шоссе по часовой стрелке с различными постоянными скоростями. У них есть вымпел, который обязательно передается от одного к другому при встрече или обгоне (ситуаций, когда трое оказываются одновременно в одном месте, не случается). Может ли оказаться, что как бы долго они не ездил, к одному из них вымпел так и не попадет?

Малый мехмат, 7 и 10 классы, 15 июля 2018 г, <http://www.ashap.info/Uroki/Bolgar2/2018/7-1/index.html>