

Длинные числа

С длинным числом легче справиться, если в нем повторяются одинаковые короткие части. Удобнее работать с круглыми числами и теми, которые через них выражаются.

1. Найдите сумму цифр следующих 100-значных чисел:

а) $20\dots018^2$; б) $99\dots99^2$; в) $33\dots33^2$.

Длину можно наращивать за счет повторений и несущественных частей.

2. Назовем натуральное число *зеброй*, если в его записи строго чередуются четные и нечетные цифры. Может ли сумма двух 100-значных зебр разной чётности быть стозначной зеброй?

3. Используя знаки арифметических действий (включая возведение в степень), скобки и цифры с общей суммой цифр не более 10, представьте следующие стозначные числа:

а) $33\dots3328$; б) $166\dots67$; в) $33\dots36667$; г) $3636\dots36$.

4. Алина выписал числа 1, 2, 3, ..., 100 подряд без пробелов. Получилось многозначное число $A=1234\dots9899100$.

а) Найдите сумму цифр числа A ;

б*) Найдите сумму цифр числа $2A$.

5. Федя выписал числа 1, 2, 3, ..., N подряд без пробелов. Получилось многозначное число $1234\dots9101112\dots$. Можно ли подобрать N таким, чтобы это число можно было разложить в произведение не менее чем 20 различных сомножителей?

6. Представьте

а) 2016; б) стозначное число $20162016\dots2016$

в виде произведения двух палиндромов. (*Палиндром* не меняется при записи задом наперед).

7. В записи 2018-значного натурального числа ровно 2018 цифр, причем центральные четыре цифры – 2, 0, 1, 8 (именно в таком порядке). Может ли это число быть точным квадратом?

Зачётные задачи

ДЧ1. Можно ли стозначное число $20162016\dots2016$ представить в виде произведения двух палиндромов, в записи каждого из которых не менее чем по 16 цифр?

ДЧ2. Существует ли стозначное число, которое при замене любой цифры на другую остается составным?

ДЧ3* Барон Мюнхгаузен утверждает, что знает такие натуральные числа a и d , что в ряду из 21 числа $a, a+d, a+2d, \dots, a+20d$ сумма цифр с каждым шагом увеличивается ровно на 1. Могут ли слова барона быть правдой?

КДЗ. В записи точного квадрата больше миллиона цифр. Какое наименьшее количество этих цифр может быть чётными?