## Неравенство помогает уравнению

### Крайний случай

**1.** 30 студентов с пяти курсов придумали 40 задач для олимпиады (каждый – хотя бы одну), причем однокурсники придумали одинаковое количество задач, а студенты с разных курсов – разное. Сколько студентов придумали по одной задаче?

**2.** Имеется 19 гирек весом 1, 2, 3, ..., 19 г, из которых девять железных, девять бронзовых и одна золотая. Известно, что общий вес всех железных гирек на 90 г больше, чем общий вес бронзовых. Найдите вес золотой гирьки.

**3.** За одно нажатие можно число на экране калькулятора увеличить на его дробную часть (например, из $^3/_7$ получить $^6/_7$, а из 3,8 получить 3,8 + 0,8 = 4,6). Начав с положительного числа, меньшего 1, за три нажатия получили число 3. С какого числа начали?

### Двустороннее неравенство

**4.** Натуральные числа от 1 до $mn$ выписали в порядке возрастания в клетки доски, содержащей $m$ строчек и $n$ столбцов, по строчкам, начиная с верхней. Известно, что число 49 находится в шестой строке, а 96 – в последней. Найдите $m$ и $n$.

**5.** По итогам математической игры шести командам раздали 45 лотерейных билетов. За более высокое место давали больше билетов. Известно, что все команды получили разное число билетов, причем первая команда получила билетов вдвое больше последней. Сколько билетов получила каждая из команд?

**6.** В вершинах квадрата записаны 4 двузначных числа. Сумма чисел на верхней стороне в 4 раза больше, чем на нижней, а сумма чисел на левой стороне в 5 раз больше, чем на правой. Найдите числа в вершинах.

### Неравенства и перебор

**7.** Положительное число $a$ округлили до ближайшего целого. В результате оно уменьшилось на 15%. Найдите все возможные $a$.

**8.** У Ёжика и Лисы есть кусочек сыра весом в целое число граммов. Они играют в шахматы. Если выигрывает Ёжик, то он съедает 4 грамма, если выигрывает Лиса, то она съедает четверть оставшегося сыра. После нескольких игр Лиса и Ёжик съели поровну сыра и одержали поровну побед. Сколько граммов сыра осталось?

## *Зачётные задачи*

**РН1.** По итогам математической олимпиады восемь победителей получили 97 книг. За более высокое место давали больше книг. Известно, что все победители получили разное число книг, причем за последние два места книг было вручено больше чем за первое место. Сколько книг получил каждый из восьми победителей? Найдите все решения и покажите, что других нет.

**РН2.** У барона Мюнхгаузена есть затейливый набор из 8 гирек весами 1, 2, ..., 8 г. Барон, конечно, помнит, какая сколько весит, и хочет убедить в этом гостя. Он берется так провести одно взвешивание на чашечных весах без других гирь, что после этого гость сам сможет определить вес одной из гирь. Могут ли слова барона быть правдой?

**РН3.** В таблицу 2007×2007 вписали числа 1, 2, 3, ..., 2007, каждое по 2007 раз так, что для одной из диагоналей сумма чисел над ней оказалась ровно в три раза больше суммы чисел под этой диагональю. Найдите число, вписанное в центральную клетку таблицы.

**РН4.** В одиночных камерах сидят 4 друга-математика. Каждому из них сообщили, что их номера в списке различны, двузначны, и один из этих номеров равен сумме трёх других. Но, даже узнав номера троих других, никто из них не смог вычислить свой номер. Так какие же у них были номера?