

## Пошаговое построение серии

Следующий пример серии можно строить не с нуля, а дополнив или слегка перестроив предыдущий пример. Найдите любым способом несколько самых маленьких примеров и сравните соседние. Цепочка отличий обычно устроена гораздо проще. Заметив в ней регулярность, ищите *систематический* способ строить следующий пример из предыдущего. Самое простое – когда можно сделать небольшую добавку, например, добавить всего один элемент. Эту идею: поискать подходящую добавку – надо проверять в первую очередь!

1. Угадайте закономерность и продолжите последовательность:

а) 2, 4, 10, 28, 82, ... б) 1, 5, 14, 30, 55, 91, ...

2. Напишите строку из 10 различных натуральных чисел таких, чтобы сумма любых двух соседних была точным квадратом.

3. а) Нарисуйте ряд из 8 клетчатых фигур разной площади таких, чтобы из любых двух соседних можно было сложить квадрат.

б) То же, но каждая из фигур не должна содержать квадратики  $2 \times 2$ .

4. Придумайте набор из 8 различных натуральных чисел, сумма которых делится на каждое из них и во всех парах, кроме одной, большее число делилось на меньшее.

5. Разбейте квадрат  $10 \times 10$  на доминошки  $2 \times 1$  и проведите в каждой доминошке одну диагональ так, чтобы диагонали нигде не соприкоснулись.

Пока что мы «наращивали» предыдущий пример без его изменения, просто добавляя новые части. Но можно строить новое и частичной заменой элементов старого. Чтобы доказать существование объекта, не обязательно предъявить его явно, достаточно указать алгоритм построения.

6. Докажите, что любой треугольник можно разрезать на

а) 77 прямоугольных треугольников; б) 77 треугольников с углом  $15^\circ$ .

Проверяйте, что алгоритм работает на каждом шаге и достигает цели.

7. На каждой клетке доски  $1 \times 100$  лежит по монете, золотые и серебряные строго чередуются. Мы их считаем столбиками из одной монеты. За один ход разрешается любой столбик переставить влево или вправо на столько клеток, сколько монет в этом столбике. Если столбик прыгнул на столбик, они объединяются.

Докажите, что можно ровно за 99 ходов собрать все монеты

а) в столбик на самой левой клетке;

б) в один столбик, где золотые и серебряные монеты строго чередуются.

8. Докажите, что найдется 77 различных простых чисел, дающих при делении на 4 остаток 3.

## Зачётные задачи

**ШС1.** Докажите, что любой треугольник можно разрезать на 77 равнобедренных треугольников.

**ШС2.** Докажите, что  $1,3$  можно представить как сумму ста различных дробей с числителем 1.

**ШС3.** Сложите из 33 одинаковых клетчатых фигур без оси симметрии фигуру с осью симметрии.

**ШС4\*.** Докажите, что можно выписать строку из 10 различных степеней пятёрки, идущих по возрастанью, у которых суммы цифр тоже идут по возрастанью.