

Перевод на другой язык (изоморфизм)

How much is five plus seven?

Задача, переведенная на другой язык, может оказаться гораздо легче. Не забудьте только перевести решение обратно!

1. Докажите, что **а)** сумма первых n нечетных чисел равна n^2 ; **б)** $1+4\cdot 2+4\cdot 4+\dots+4\cdot 2n=(2n+1)^2$.
2. Найдутся ли 6 различных дробей вида $1/k$ так, чтобы сумма первых трех была равна сумме остальных?
3. **а)** На пустой шахматной доске Петя и Вася по очереди двигают ферзя, начинает Петя. Двигать можно на любое расстояние, но только в четырёх направлениях – вправо, вниз, вправо-вверх и вправо-вниз. Кто не сможет сделать ход – проиграл. Найдите все клетки, начав с которых выигрывает Вася (как бы ни играл Петя).
б) В двух коробках лежат орехи, в каждой не более семи. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За один ход можно взять любое число орехов из одной коробки, либо поровну орехов из обеих коробок, либо переложить любое число орехов из левой коробки в правую. Выигрывает тот, кто возьмет последний орех. Найдите все позиции, начав с которых выигрывает Вася (как бы ни играл Петя).

Переводят обычно на знакомый язык, где начинает работать интуиция!

4. **а)** Можно ли расставить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 в строку так, чтобы соседи отличались не меньше чем на 3?
б) Сколько есть замкнутых маршрутов хромой ладьи по всем полям доски 4×4 ?
в) Летучая ладья ходит как обычная, только не может пойти на соседнее поле. Сколько есть замкнутых маршрутов летучей ладьи по всем полям доски 4×4 ?
5. **а)** Капитаны Боб и Иван состязаются в изготовлении и употреблении крепких напитков. Боб сделал коктейль из рома и портвейна, а Иван смешал водку с брагой. Известно, что ром крепче водки, а портвейн крепче браги. Могла ли смесь Ивана оказаться крепче коктейля Боба? (Крепость – это процент алкоголя в смеси).
б) Имеется два дома, в каждом по два подъезда. Жильцы держат кошек и собак, причём доля кошек (отношение числа кошек к общему числу кошек и собак) в первом подъезде первого дома больше, чем доля кошек в первом подъезде второго дома, а доля кошек во втором подъезде первого дома больше, чем доля кошек во втором подъезде второго дома. Обязательно ли доля кошек в первом доме больше доли кошек во втором доме?

Переводят для того, чтобы обойти препятствие: так, туристы, идущие вдоль берега и натолкнувшиеся на скалы, могут обойти их, временно переправившись на другой берег.

6.
7. На доске выписаны числа $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{99}$. За одну операцию пара выбранных чисел a и b заменяется на $ab-a-b+2$. После 99 операций осталось одно число. Какое?

Зачётные задачи

Я1. На доске написаны в порядке возрастания два натуральных числа x и y ($x \leq y$). Петя записывает на бумажке x^2 (квадрат первого числа), а затем заменяет числа на доске числами x и $y-x$, записывая их в порядке возрастания. С новыми числами на доске он снова проделывает ту же операцию, и так далее, до тех пор, пока одно из чисел на доске не станет нулем. Чему будет в этот момент равна сумма чисел на Петинной бумажке?

Я2. На доске выписаны числа $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{99}$. За одну операцию пара выбранных чисел a и b заменяется на отношение их произведения к их сумме. После 99 операций осталось одно число. Какое?

Я3. За круглым столом были приготовлены 12 мест для жюри с указанием имени на каждом месте. Николай Николаевич, пришедший первым, по рассеянности сел не на свое, а на следующее по часовой стрелке место. Каждый член жюри, подходивший к столу после этого, занимал свое место или, если оно уже было занято, шел вокруг стола по часовой стрелке и садился на первое свободное место. Возникшее расположение членов жюри зависит от того, в каком порядке они подходили к столу. Сколько может возникнуть различных способов рассадки жюри?