

СКЛЕИМ ПАЗЛ

1. Клетчатую плитку шоколада 5×20 разрешается за один ход разломить по границам клеток на два меньших прямоугольных куска. Следующим ходом разрешается выбрать любой кусок и так же разломить его на два, и т.д. При этом ни в какой момент не должно возникать квадратных кусков. Какое наибольшее число ходов может быть сделано?

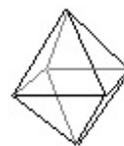
2. Пазл Пете понравился, он решил его склеить и повесить на стену. За одну минуту он склеивал вместе два куска — начальных, или ранее склеенных. В результате весь пазл склеился в одну цельную картину за 2 часа. За сколько минут склеилась бы картина, если бы Петя склеивал вместе за минуту не по два, а по три куска?

В предыдущей задаче был процесс: склеивание пазла. Обратите внимание, что в нем не требовалось приклеивать начальные куски пазла по одному — и это не повлияло на результат!

Если процесса нет, его полезно организовать. Склеивание пазла даёт удобную модель и не накладывает излишних ограничений.

3. а) Белый куб подвесили за вершину и покрасили все рёбра в чёрный цвет. На одну грань посадили жука. Жук ползает по поверхности, но он боится пересекать чёрные линии. Какое наименьшее число рёбер можно покрасить в белый цвет так, чтобы жук мог доползти до каждой грани?

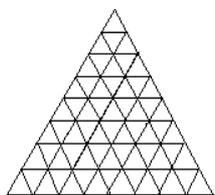
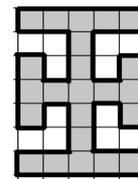
б) Проволочный каркас состоит только из рёбер и белых вершин, поверхностей нет (см. рис). Часть рёбер чёрные, остальные белые. Жука, боящегося чёрного, посадили на белое ребро. При каком наименьшем числе белых рёбер жук может доползти до любой вершины?



в) Какое наибольшее число рёбер можно перекусить в проволочном каркасе октаэдра так, чтобы каркас не развалился на части?

Искомая величина может не совпадать с числом склеек, но быть связана с ним равенством или неравенством, дающим нужную оценку.

4. Фигуру на рисунке справа разрезали по границам клеток на 6 частей. Чему может быть равна сумма периметров этих частей? (Сторона клетки равна 1).



5. Из спичек сложен треугольник, разбитый на 64 треугольных ячейки со стороной в одну спичку (см. рис. слева). В левой нижней ячейке сидит жук, который не может переползти через спичку. Какое наименьшее число спичек надо убрать, чтобы жук мог доползти до любой ячейки?

В клетчатой ситуации разрезание на части можно заменить на обратный процесс: склеивания частей из отдельных клеток. Склейки можно выполнять последовательно, тогда за числом склеек следить легче. Целью пазла не обязательно будет единая картина — процесс можно остановить и раньше.

6. Из спичек сложен прямоугольник 6×10 , разбитый на 60 квадратных клеток со стороной в одну спичку. Какое наименьшее число спичек надо убрать, чтобы разбить прямоугольник а) на 6 многоугольников; б) на 5 многоугольников; в) на 2 равных многоугольника?

7. В треугольнике из задачи 5 все спички внешнего контура намазаны мёдом. Какое минимальное число спичек нужно удалить из большого треугольника так, чтобы из каждой клетки жук мог доползти и полизать мёду?

Зачетные задачи

СП1. Треугольную клетчатую фигуру из задачи 5 разрезали по границам клеток на 3 многоугольные части. Какова наибольшая возможная сумма периметров этих многоугольников? (Сторона клетки равна 1.)

СП2. Дан клетчатый прямоугольник 7×10 . Каждую его клетку разрезали по одной из диагоналей. На какое наименьшее число частей мог распаться прямоугольник?

СП3. В ряд лежат 111 кучек по одному ореху. Петя и Васил ходят по очереди, начинает Петя. За ход нужно найти какие-нибудь две соседние кучки (то есть без кучек между ними), где правая не меньше левой, и объединить их в одну. Тот, кто делает последний ход, выигрывает. Кто из играющих может всегда выигрывать, как бы ни играл соперник?