

## Включение в серию

С примером из серии разбираться легче, чем с одиночным. «Одиночку» можно включить в серию, удачно заменив в условии число на переменную. Может выясниться, что для некоторых значений переменной задача не имеет смысла или примера явно нет – такие значения просто пропустим.

А если чисел несколько? Какие-то из них (обычно маленькие) оставим постоянными, между большими попробуем найти зависимость (скажем, одно ровно на 1 больше другого). Попробуем сохранить эту зависимость во всех конструкциях серии.

1. На каждой клетке клетчатой полоски ширины  $1 \times 80$  стоит по шашке: слева 40 белых, справа – 40 чёрных. За один ход можно пару соседних шашек, где слева белая, а справа чёрная, поменять местами. За какое число ходов получим позицию, где слева 40 чёрных, справа – 40 белых?
2. На какое наибольшее число прямоугольников разной площади можно разрезать прямоугольник  $50 \times 100$ ?
3. а) Из чисел  $1, 2, 3, \dots, 1001$  одно вычеркните, а остальные разбейте на пары так, чтобы разности в парах были  $2, 4, 6, \dots, 1000$ .  
б) Из чисел  $1, 2, 3, \dots, 1001$  одно вычеркните, а остальные разбейте на пары так, чтобы разности в парах были  $1, 2, 3, \dots, 500$ .
4. Газету сложили пополам 8 раз (поочередно вдоль и поперек), после чего оторвали от нее 4 угла. Если теперь развернуть газету, то сколько в ней будет дырок?
5. Выпишите строку из 77 целых чисел так, чтобы сумма каждой пары соседей была отрицательной, а сумма всех 77 чисел – положительной.
7. В ряду из 24 кувшинок на 12 левых кувшинках сидит по лягушке, слева направо по возрастанию веса. За один ход лягушка может прыгнуть на соседнюю справа пустую кувшинку либо, если соседняя занята, на следующую за ней пустую кувшинку.  
а) Как лягушкам расположится на 12 правых кувшинках в обратном порядке (то есть, слева направо по убыванию веса)?

## Зачетные задачи

6. По кругу лежат 300 монет: 3 орлом, 3 решкой, 3 орлом, 3 решкой и т. д. Разрешается перевернуть монету, если одна из её соседок лежит орлом, а другая — решкой. Какого наибольшего числа монет, одновременно лежащих орлом, можно добиться с помощью таких операций?
- 7б. За какое наименьшее число ходов лягушки могут это выполнить?
- ВС1. Даны две группы из 77 последовательных чисел и пустая таблица  $2 \times 77$ . Докажите, что можно так расставить одну группу в первой строке, а другую – во второй, чтобы суммы чисел по столбцам тоже были группой из 77 последовательных чисел.
- ВС2. Дана доска  $40 \times 40$ , раскрашенная в шахматном порядке. Ладья ходит по ней, делая повороты направо только в черных клетках, а налево – только в белых. Как ей пройти по всем клеткам, кроме двух, не проходя дважды через одну и ту же клетку?
- ВС3. Шахматная фигура “прожектор” бьет один из углов, на которые делят доску проходящие через нее горизонталь и вертикаль, включая примыкающие к углу клетки горизонтали и вертикали. (Например, прожектор в левом нижнем углу может бить либо одну клетку, либо нижнюю горизонталь, либо левую вертикаль, либо всю доску). Какое наибольшее число прожекторов можно расставить на клетчатой доске  $30 \times 30$  так, чтобы они не били друг друга?
- ВС4. Барон Мюнхаузен говорит, что написал в ряд несколько одинаковых натуральных чисел, во всех промежутках между ними поставил знаки "+" или "×", расставил скобки и получил выражение, равное 2018; более того, если в этом выражении заменить одновременно

все знаки "+" на знаки "×", а знаки "×" на знаки "+", все равно получится 2018. Могут ли слова барона быть правдой?

Малый мехмат, 7 класс, гр.1, 2 июля 2018 г, <http://www.ashap.info/Uroki/Bolgar2/2018/7-1/index.html>