

КОНСТРУКЦИИ С ДЕЛИМОСТЬЮ И ЦИФРАМИ

1. а) Существует ли 30-значное число с суммой цифр 30, которое оканчивается на 30 и делится на 30?
- б) Существует ли 28-значное число с суммой цифр 28, которое оканчивается на 28 и делится на 28?
- в) Существует ли 11-значное число с суммой цифр 11, которое оканчивается на 11 и делится на 11?

Определение. Число, равное квадрату натурального числа, называется *точным* квадратом.

2. Существуют ли такие натуральные m и n , что
а) $m^2 - n^2 = 33$; б) $m^2 - n^2 = 34$; в) $m^2 - n^2 = 36$?
- г) Найдите все натуральные числа, которые могут быть представлены как разность точных квадратов.
3. Может ли точный квадрат оканчиваться цифрами
а) 96; б) 61; в) 66?

Определение. *Палиндром* – это число, которое не меняется при записи задом наперед (например, 3, 66 и 12721 – палиндромы, а 2016 – нет).

4. Придумайте палиндром
а) кратный 18; б) кратный 16; в) кратный 54; г) кратный 56.
5. Какая наименьшая сумма цифр может быть у числа
а) кратного 24; б) кратного 7; в) кратного 22, но не кратного 5?
6. Решите ребусы
а) АХ×АХ=ШАХ; б) ЛИК×ЛИК=БУБЛИК; в) АЖУР×АЖУР=**АБАЖУР.

7. а) Существует ли 4-значное число, кратное 11, в котором все цифры различны?
- б) Найдите наибольшее число, кратное 11, в котором все цифры различны.
8. В клетчатом квадрате закрасили часть клеток. Закрашенные клетки образуют квадрат. Осталось незакрашено 107 клеток. Докажите, что в большом квадрате закрашена ровно одна угловая клетка.

Зачётные задачи

КД1. Какая наименьшая сумма цифр может быть у числа, кратного 99?

КД2. а) Докажите, что существует палиндром, кратный 2^{30} ;

б) Докажите, что существует палиндром, кратный 6^{10} ;

в*) Докажите, что для любого натурального N **не кратного 10** существует палиндром, кратный N .

КД3. В записи точного квадрата – миллион цифр. Какое наименьшее количество из этих цифр может быть чётными?