

## Точки и параллельные прямые

**Определение.** Прямые на плоскости параллельны, если они не пересекаются (как бы далеко их не продолжали). Считается, что прямая параллельна самой себе.

**Теорема.** Если прямая  $a$  параллельна  $b$ , а  $b$  параллельна  $c$ , то  $a$  параллельна  $c$ .

1. Есть несколько синих прямых, параллельных друг другу. Докажите, что если красная прямая пересекает одну синюю, то она пересекает все синие.

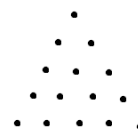
2. а) На плоскости нарисовано несколько прямых. У них ровно 2 точки пересечения. Сколько прямых может быть нарисовано?

б) А если точек пересечения 4?

3. а) Может ли прямая пересечь все стороны 10-угольника, если она не проходит через его вершины?

б) То же для 11-угольника?

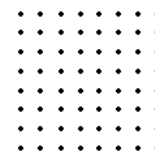
4. На плоскости отмечены 15 точек (см. рис). Каким наименьшим числом прямых можно зачеркнуть все эти точки?



**Теорема.** Если прямая не содержит ни одну из сторон квадрата или треугольника, то она пересекает его границу не более, чем в двух точках.

5. а) Каким наименьшим числом прямых можно зачеркнуть все точки на рисунке?

б) А если нельзя использовать вертикальные и горизонтальные прямые?



## Зачётные задачи

ПП1. На плоскости отмечен набор из 6 точек. Назовем прямую *честной*, если на ней и по обе стороны от неё лежит по 2 отмеченные точки. Может ли у набора быть ровно 6 честных прямых?

ПП2. а) На плоскости нарисовано несколько прямых, каждая пересекает ровно 4 других. Сколько прямых может быть нарисовано (найдите все ответы).

б) То же, но каждая прямая пересекает ровно 10 других прямых.

ПТ1. а) В каком наибольшем числе точек могут пересечься контуры квадрата и треугольника?

б) А контуры двух четырехугольников?

ПТ2. Проведены несколько отрезков, и отмечены все их концы и все точки пересечения. Оказалось, что для каждой пары точек есть отрезок, на котором обе лежат. Отрезок, на котором лежит больше всего отмеченных точек, назовем *главным*.

а) Приведите пример такого набора отрезков, где отмеченных точек не меньше 7, причем вне главного – не меньше 2.

б) Есть ли набор, где вне главного отрезка лежит не менее 3 точек?

ПТ3. а) На плоскости отмечены 44 точки. Если выкинуть любую точку, то остальные можно зачеркнуть шестью прямыми. Докажите, что все точки можно зачеркнуть шестью прямыми.

б) То же для 42 точек.