

Матбой 7-1Up – 9-1

1. На тараканьих бегах 20 тараканов выбегают друг за другом с интервалом в 1 минуту и бегут с постоянными скоростями. Второй догнал первого через 2 минуты после своего старта, третий второго – через 3 минуты после своего старта, ..., двадцатый девятнадцатого – через 20 минут после своего старта. Через сколько минут после своего старта двадцатый таракан догнал первого?
2. У Пети есть два пластмассовых четырёхугольника. Он утверждает, что накладывая их друг на друга, может получить в пересечении и правильный треугольник, и квадрат, и правильный пятиугольник. Могут ли слова Пети быть правдой?
3. На листке написаны 9 чисел. Для каждой пары чисел её полусумму выписали на доску. Оказалось, что среди чисел на доске как минимум 29 целых. Докажите, что все числа на листке – целые.
4. По кругу сидят 25 учеников, у них всего 65 спинеров. У каждого мальчика на 1 спинер больше, чем у его соседа или соседки справа. Каково наибольшее возможное число мальчиков в этом круге?
5. Есть 30 белых кубиков. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За один ход нужно выбрать одну белую грань любого кубика и покрасить её в красный или синий цвет. Игра заканчивается, когда все кубики полностью покрашены. Вася получает от Пети столько левов, сколько сможет выбрать по-разному окрашенных кубиков. Какую наибольшую сумму Вася может наверняка получить, как бы ни играл Петя?
6. Найдите все пары натуральных чисел, у которых наименьшее общее кратное на 6 больше их суммы.
7. Внутри равнобедренного треугольника ABC с основанием BC взята точка M так, что $\angle MBC=30^\circ$, $\angle MCB=10^\circ$. Найти $\angle AMC$, если $\angle BAC=80^\circ$.
8. Дано составное число большее 200. Докажите, его можно представить как сумму четырёх различных составных слагаемых так, чтобы сумма любой пары слагаемых тоже была составным числом.
9. На левом берегу реки – 11 жителей и одна двухместная лодка. Изначально каждый знает по одному анекдоту, из них только 4 разных: анекдот про Вовочку знают четверо, про тренера – трое, про петуха – двое и про зайца – тоже двое. На берегу анекдоты рассказывать запрещено, зато, плывя вдвоём в лодке, жители рассказывают друг другу все известные им анекдоты. Могут ли они все переправиться на правый берег так, чтобы никому не пришлось выслушать уже известный анекдот?
10. На плоскости нарисовали 10-угольник, отметили его вершины и середины всех сторон. Через эти 20 точек провели 20 параллельных прямых, причём никакие две из этих прямых не совпали. Могло ли оказаться, что расстояния между всеми парами соседних прямых равны?