

Редукция

Не решается задача – реши её упрощённый вариант. Оттуда можно взять и *результат*, и *метод*. Результат – простая конструкция – может стать частью конструкции сложной задачи, послужить основой или строительным блоком. Так, первый этаж – важная часть многоэтажки. Но и двухэтажный дом может стать частью многоэтажного. Научившись надстраивать этаж, мы *свели* постройку трехэтажного дома к постройке двухэтажного. Такое сведение называют ещё *редукцией*. Цепочка редукций сведёт постройку многоэтажного дома к постройке одноэтажного: такой приём называют *индукцией*.

1. а) Клетчатая доска 9×9 раскрашена в шахматном порядке так, что угловые клетки – белые. Расставьте на ней 4 ладьи так, чтобы они побили все незанятые чёрные клетки.
б) То же для доски 19×19 и 9 ладей.
2. а) Найдите набор из 7 гирь, чтобы для каждой целой массы от 1 до 127 г можно было выбрать одну или несколько гирь набора с такой суммарной массой.
б) Найдите набор из 10 гирь общей массой 1 кг, чтобы для каждой целой массы от 1 до 1000 г можно было выбрать одну или несколько гирь набора с такой суммарной массой.
- в) Верно ли, что в задаче (а) есть единственный набор, где все веса гирь – целые?
3. а) Сложите из доминошек 2×1 квадрат 8×8 так, чтобы не было точек, где уголками соприкасались бы четыре доминошки.
б) То же, но сложить прямоугольник 8×16 .
4. а) Отметьте на плоскости 10 точек, которые нельзя зачеркнуть тремя прямыми, но любые 9 из них – можно.
б) Отметьте на плоскости 55 точек, которые нельзя зачеркнуть 9-ю прямыми, но любые 54 из них – можно.

Зачётные задачи

Ре1. Вес каждой гирьки набора – нецелое число грамм. Ими можно уравновесить любой целый вес от 1 г до 40 г (гири кладутся на одну чашку весов, измеряемый вес – на другую). Каково наименьшее число гирь в таком наборе?

Ре2. а) Можно ли во всех клетках таблицы 3×5 расставить числа $+1$ и -1 (должны быть те и другие) так, чтобы каждое было равно произведению своих соседей по стороне?

б) А в таблице 7×11 ?

Ре3. Можно ли из доминошек 2×1 сложить прямоугольник 8×60 так, чтобы не было точек, где уголками соприкасались бы четыре доминошки?

Малый мехмат, 7 класс, июль 2017 г, <http://www.ashap.info/Uroki/Bolgar2/2017/7-1/index.html>