

## Уравнение за кадром

Полезно посчитать что-нибудь двумя разными способами (чаще всего это – общая сумма). Если результаты выглядят по-разному, то может получиться либо противоречие (значит, такого не бывает), либо уравнение (и решив его, найдем неизвестное). Вообще, в нестандартных задачах важнее правильно составить уравнение, чем его решить.

1. а) В школьной олимпиаде по математике участвовало 80 человек, по физике – 55, по информатике – 45. Составили три списка: тех, кто участвовал ровно в одной из олимпиад, ровно в двух, ровно в трех. Во всех списках одно и то же число людей. Сколько человек в каждом списке?

б) А могло ли при тех же условиях по математике участвовать 100 человек?

При составлении уравнения может понадобиться перебор случаев.

2. Квадрат со стороной 60 см разрезан на 3 прямоугольника. Периметр одной из частей равен сумме периметров двух других. Найдите размеры этой части.

Ситуация может задаваться большим количеством чисел. Если ясно, что все их не найдешь, можно не вводить лишних букв для таких неизвестных, а искать связи между суммами в группах, и брать за неизвестные эти суммы.

3. Юра и Таня за осень получили по 60 оценок, причем Юра получил пятерок столько же, сколько Таня четверок, четверок столько же, сколько Таня троек, троек столько же, сколько Таня двоек, и двоек столько же, сколько Таня пятерок. При этом средний балл у них одинаковый. Сколько двоек за осень получил Юра?

4. В таблицу  $3 \times 3$  записаны числа. Сумма трех чисел в каждой строке, в каждом столбце и на каждой диагонали равна 111. Найдите число в центральной клетке таблицы.

Когда нет единой формулы для всех, можно использовать формулы для отдельных групп и писать свои уравнения для отдельных случаев.

5. а) В ряд выписаны числа 107, 114, 121, 128, .... Есть ли в этом ряду число в 11 раз большее номера места, на котором оно стоит?

б) В ряд были выписаны натуральные числа 1, 2, 3, ..., 2014. Их выписали в другом порядке: сначала все кратные 2 по возрастанию (то есть 2, 4, 6...), затем все из оставшихся кратные 3 по возрастанию, затем — оставшиеся кратные 5, потом – кратные 7 и т.д. На последнее место записали число 1. Докажите, что какое-то из чисел осталось на своем месте.

### Зачётные задачи

6. Будильник был заведен на 8 часов, но Игорь проснулся раньше и заметил, что часовая стрелка делит пополам угол между минутной стрелкой и показывающей на цифру 8 стрелкой звонка будильника. Игорь сообразил, что такое случилось в последний раз до звонка. Когда проснулся Игорь?

7. Даны три числа. Если их все увеличить на 1, то их произведение тоже увеличится на 1. Если все исходные числа увеличить на 2, то их произведение тоже увеличится на 2. А на сколько увеличится произведение, если все исходные числа увеличить на 3?

8. Род Муромцевых (ныне, увы, прекратившийся) основали трое сыновей Ильи Муромца. Все мужчины в этом роду имели по трое детей, за исключением семерых, не оставивших потомства. Всего в роду были 1994 женщины. Сколько всего человек было в роду Муромцевых? (Роду принадлежали основатели, а также те и только те дети, чей отец принадлежал роду).

### На дом

УК1. Можно ли разрезать квадрат на 13 прямоугольников (возможно, не одинаковых) с одинаковым периметром вдвое меньшим чем у квадрата?

УК2. В ряд были выписаны натуральные числа 1, 2, 3, ..., 2004. Их выписали в другом порядке: сначала все кратные 2 по возрастанию (то есть 2, 4, 6...), затем все из оставшихся кратные 3 по возрастанию, затем — оставшиеся кратные 5, потом – кратные 7 и т.д. На последнее место записали число 1. Докажите, что есть как минимум два числа, которые не сдвинулись со своего места.