

Разминка на малых

Не решается задача – реши её упрощённый вариант (например, замени число в задаче на меньшее).

Возможно, придётся решить для двух или трёх меньших чисел – разминайся, пока не увидишь идею или метод. Правда, если в простой задаче для объяснения хватает слов «смотри» или простого перебора, то в сложной придется изобрести более общий способ доказательства.

Для решения исходной задачи может пригодиться не только метод, но и результат. Часто это простая конструкция, и она стать частью конструкции сложной задачи, послужить основой или строительным блоком.

1. а) Клетчатая доска 9×9 раскрашена в шахматном порядке так, что угловые клетки – белые. Расставьте на ней 4 ладьи так, чтобы они побиты все незанятые чёрные клетки.
б) То же для доски 19×19 и 9 ладей.
2. а) Найдите набор из 5 гирь, чтобы для каждой целой массы от 1 до 31 г можно было выбрать одну или несколько гирь набора с такой суммарной массой.
б) Найдите набор из 8 гирь общей массой 200 г, чтобы для каждой целой массы от 1 до 200 г можно было выбрать одну или несколько гирь набора с такой суммарной массой.
3. а) Сложите из доминошек 2×1 квадрат 6×6 так, чтобы не было точек, где уголками соприкасались бы четыре доминошки.
б) То же, но сложить прямоугольник 8×16 .
4. а) Отметьте на плоскости 10 точек, которые нельзя зачеркнуть тремя прямыми, но любые 9 из них – можно.
б) Отметьте на плоскости 28 точек, которые нельзя зачеркнуть 6-ю прямыми, но любые 27 из них – можно.

Зачётные задачи

Ре1. а) Можно ли во всех клетках таблицы 3×5 расставить числа $+1$ и -1 (должны быть те и другие) так, чтобы каждое было равно произведению своих соседей по стороне, и в хотя бы в одном квадратике 2×2 сумма была отрицательной?

б) А в таблице 7×11 ?

Ре2. Разрежьте клетчатый квадрат 16×16 без угловой клетки на трехклеточные уголки.

Ре3. Вес каждой гирьки набора – нецелое число грамм. Ими можно уравновесить любой целый вес от 1 г до 40 г (гири кладутся на одну чашку весов, измеряемый вес – на другую). Придумайте такой набор из 7 гирь.

Ре4. Можно ли клетчатую доску 22×22 раскрасить в два цвета так, чтобы каждая клетка граничила по стороне ровно с двумя клетками другого цвета?