Неоднозначные данные

Неразличимые примеры

Чтобы доказать, что информации недостаточно для получения однозначного ответа, можно построить два примера, которые удовлетворяют всем условиям, но дают разные ответы.

1. а) Клетки доски 2017×2017 покрашены в красный, синий и черный цвета так, что в каждом прямоугольнике 1×3 встречаются все три цвета. Левая нижняя клетка – красная. Можно ли наверняка узнать цвет правой верхней клетки?

б) Тот же вопрос про доску 17×17?

2. Есть n яблок разных весов и чашечные весы без гирь. Можно ли найти яблоко, чей вес ближе всего к среднему весу всех яблок, если **а**) n=4; **б)** n=5?

Примеры «задним числом»

Неразличимые примеры и контрпримеры могут строится после того, как испытания уже проведены и ответы даны, с использованием уже полученной информации. Этот метод часто применяется, чтобы опровергнуть предположение о наличии «гарантированного» алгоритма. В частности, в задачах на взвешивание можно доказать наличие монет с одинаковой «судьбой».

3. На плоскости дан квадрат и отмечена невидимая точка P. Ясновидец видит точку. Если провести прямую, то он говорит, по какую сторону от неё лежит P (или говорит, что P лежит на прямой). После этого можно првести следующую прямую, и т.д. Нужно наверняка узнать, лежит ли точка P внутри квадрата. Достатчно ли для этого **а)** 2 прямых; **б)** 3 прямых?

4. Перед открытием ювелирного магазина продавец решил еще раз убедиться, что 10 бриллиантов, расположенных на витрине в ряд и весящих 90, 91,..., 99 карат, действительно расположены в порядке возрастания весов. У него есть весы со стрелкой, правда вес на них должен быть не более 200 карат. Может ли продавец всё проверить, сделав **а)** 6 взвешиваний; **б)** 5 взвешиваний?

5. Капитан Врунгель в своей каюте разложил перетасованную колоду из 52 карт по кругу, оставив одно место свободным. Матрос Фукс с палубы, не отходя от штурвала и не зная начальной раскладки, называет карту. Если эта карта лежит рядом со свободным местом, Врунгель ее туда передвигает, не сообщая Фуксу. Иначе ничего не происходит. Потом Фукс называет еще одну карту, и так сколько угодно раз, пока он не скажет “стоп”. Докажите, что Фукс не может гарантировать, чтобы после «стопа» рядом со свободным местом наверняка не было туза пик.

Зачётные задачи

6. В колоде 52 карты (4 масти, 13 достоинств). Про любую пару карт одной масти или одного достоинства известно, сколько карт между ними лежит. Всегда ли по этой информации можно узнать пару крайних карт колоды?

7. а) В клетки доски 9×9 записали числа 1, 2,..., 81 в неизвестном порядке. Разрешается узнать сумму чисел в любой паре клеток с общей стороной. Всегда ли можно узнать расположение всех чисел?

б) То же для доски 10×10 с числами от 1 до 100.

8. Все виды растений одной страны были занумерованы подряд натуральными числами от 2 до 20000 (числа идут без пропусков и повторений). Для каждой пары видов растений с *составными* номерами запомнили НОД их номеров, а сами составные номера были забыты (в результате сбоя компьютера). Можно ли для каждого вида растений восстановить его номер?

9. В игре из задачи 5 может ли Фукс добиться, чтобы после «стопа» каждая карта наверняка лежала не на исходном месте?

Малый мехмат, 10 класс, июль 2017 г, http://www.ashap.info/Uroki/Bolgar2/2017/10-1/index.html