

Уравнения зад кадър

В нестандартните задачи често по-важно е да съставиш уравнение, отколкото да го решиш. Методите за решаване са известни и стандартни, а правилно да съставиш (и да намериш решение) може само когато истински вникнеш в задачата.

1. В училищна олимпиада по математика участвали 60 човека, по физика – 50 , по информатика – 40. Съставили три списъка: на тези които участват точно в една олимпиада, точно в две, точно в три. Във всички списъци имало един и същи брой хора. Колко човека има във всеки списък?

2. Момче има два пъти повече сестри, отколкото братя, а всяка негова сестра има 40% повече сестри, отколкото братя. Колко синове и дъщери има в това семейство?

3. а) В редица са написани естествените числа $1, 2, 3, \dots, 102$. Същите числа написали в друг ред: в началото всички кратни на 2 по нарастване (тоест $2, 4, 6, \dots$), след това от останалите всички кратни на 3 по нарастване, след това – останалите кратни на 5, после кратните на 7 и т. н. На последно място записали числото 1. Докажете, че някое от числата е останало на мястото си.

б) По същия начин са написани числата $1, 2, 3, \dots, 2014$. Докажете, че някое от числата е останало на мястото си.

4. Дадени са три числа. Ако всички увеличим с 1, то произведението им също се увеличава с 1. Ако всяко от първоначалните числа увеличим с 2, то произведението им също се увеличава с 2. С колко ще се увеличи произведението, ако всяко от първоначалните числа увеличим с 3?

5. Никола и Волин за есента получили по 60 оценки, като Никола получил толкова петици, колкото Волин четворки; толкова четворки, колкото Волин тройки; толкова тройки, колкото Волин двойки и толкова двойки, колкото Волин петици. При това средният бал на двамата бил един и същи. Колко двойки за есента е получил Никола?

6. а) От квадрат със страна 1 отрязали 4 еднакви правоъгълника с периметър 2. Останал по-малък квадрат. Какъв размер може да има той?

б) Може ли да се разреже квадрат на 13 правоъгълника (възможно е да не са еднакви) с равни периметри, два пъти по-малки, отколкото на квадрата?

7. Рода Илиеви (сега, уви, несъществуващ) основали тримата синове на Илия I. Всеки мъж в рода имал по три деца, с изключение на седмина, които нямали деца. В рода имало общо 1994 жени. Колко човека всичко е имало в рода Илиеви? (На рода принадлежат синовете на Илия I, а също тези и само тези деца, чиито бащи са от рода)

Домашна работа

УК1. В редица са написани естествените числа $1, 2, 3, \dots, 2004$. Същите числа написали в друг ред: в началото всички кратни на 2 по нарастване (тоест $2, 4, 6, \dots$), след това от останалите всички кратни на 3 по нарастване, след това – останалите кратни на 5, после кратните на 7 и т. н. На последно място записали числото 1. Докажете, че има най-малко две числа, които не са преместили от мястото си.

УК2. Управителят Динко събирал пари от живеещите в блока за поставяне на нови табелки с номерата на апартаментите. Александър от 105-ти апартамент попитал защо от тях на втория етаж събират с 40% повече пари, отколкото от първия етаж, въпреки, че броят на апартаментите на двата етажа е един и същи. Динко обяснил, че двуцифрените номера струват два пъти по –скъпо, а трицифрените – три пъти по-скъпо от едноцифрените. Колко апартамента има на етаж?