

## Уравнение за кадром

В нестандартных задачах часто важнее правильно составить уравнение, чем его решить. Методы решения известны и стандартны, а правильно составить (и применить решение) можно только по настоящему разобравшись в задаче.

1. В школьной олимпиаде по математике участвовало 60 человек, по физике – 50, по информатике – 40. Составили три списка: тех, кто участвовал ровно в одной из олимпиад, ровно в двух, ровно в трех. Во всех списках одно и то же число людей. Сколько человек в каждом списке?
2. У мальчика сестёр вдвое больше, чем братьев, а у его сестры сестёр на 40% больше, чем братьев. Сколько сыновей и дочерей у их мамы с папой?
3. а) В ряд были выписаны натуральные числа 1, 2, 3, ..., 102. Их выписали в другом порядке: сначала все кратные 2 по возрастанию (то есть 2, 4, 6...), затем все из оставшихся кратные 3 по возрастанию, затем — оставшиеся кратные 5, потом – кратные 7 и т.д. На последнее место записали число 1. Докажите, что какое-то из чисел осталось на своем месте.  
б) Так же выписаны числа 1, 2, 3, ..., 2014. Докажите, что какое-то из чисел осталось на своем месте.
4. Даны три числа. Если их все увеличить на 1, то их произведение тоже увеличится на 1. Если все исходные числа увеличить на 2, то их произведение тоже увеличится на 2. А на сколько увеличится произведение, если все исходные числа увеличить на 3?
5. Никола и Волин за осень получили по 60 оценок, причем Никола получил пятерок столько же, сколько Волин четверок, четверок столько же, сколько Волин троек, троек столько же, сколько Волин двоек, и двоек столько же, сколько Волин пятерок. При этом средний балл у них одинаковый. Сколько двоек за осень получил Никола?
6. а) От квадрата со стороной 1 отрезали 4 равных прямоугольника с периметром 2. Остался меньший квадрат. Какой размер может быть у него?  
б) Можно ли разрезать квадрат на 13 прямоугольников (возможно, не одинаковых) с одинаковым периметром вдвое меньшим чем у квадрата?
7. Род Илиевых (ныне, увы, закончившийся) основали трое сыновей Илии I. Все мужчины в этом роду имели по трое детей, за исключением семерых детей которых не было. Всего в роду были 1994 женщины. Сколько всего человек было в роду Илиевых? (Роду принадлежали сыновья Илии I, а также те и только те дети, чей отец принадлежал роду).

## На дом

**УК1.** В ряд были выписаны натуральные числа 1, 2, 3, ..., 2004. Их выписали в другом порядке: сначала все кратные 2 по возрастанию (то есть 2, 4, 6...), затем все из оставшихся кратные 3 по возрастанию, затем — оставшиеся кратные 5, потом – кратные 7 и т.д. На последнее место записали число 1. Докажите, что есть как минимум два числа, которые не сдвинулись со своего места.

**УК2.** Управитель Динко собирал с жильцов дома деньги на установку новых квартирных номеров. Александр из 105-й квартиры спросил, почему у них во втором подъезде надо собрать денег на 40% больше, чем в первом, хотя квартир там и тут поровну. Динко объяснил, что двузначные номера стоят вдвое, а трёхзначные — втрое больше, чем однозначные. Сколько квартир в подъезде?