

Покрытия

0. Докажите, что

а) круг диаметра 1 можно накрыть квадратом со стороной 1;

б) квадрат со стороной 1 можно накрыть кругом с диаметром $\sqrt{2}$.

1. а) В стене прорезана дырка в виде квадрата со стороной 1 дм. Докажите, что сквозь неё можно протащить плоский жесткий круг радиусом 7 см.

б) В стене прорезана круглая дырка диаметра 1 дм. Можно ли протащить сквозь неё плоский жёсткий равносторонний треугольник со стороной 11 см?

2. Два отрезка длины 1 имеют общую точку. Докажите, что оба одновременно можно накрыть кругом радиуса 1.

3. Можно ли равносторонний треугольник накрыть двумя меньшими равносторонними треугольниками?

4. Докажите, что прямоугольный треугольник с углом 40° и гипотенузой 1 дм можно накрыть равносторонним треугольником со стороной 1 дм.

5. а) Можно ли четырьмя кругами диаметра 1 накрыть квадрат площади 2?

б) Можно ли четырьмя единичными квадратами накрыть равносторонний треугольник со стороной 2?

6. На сторонах остроугольного треугольника как на диагоналях построили три квадрата. Докажите, что квадраты полностью накрыли треугольник.

7. Дан остроугольный треугольник ABC . Его покрывают тремя кругами, центры которых лежат в вершинах, а радиусы равны высотам, проведённым из этих вершин. Докажите, что каждая точка треугольника покрыта хотя бы одним из кругов.

8. а) На столе лежат пять одинаковых бумажных треугольников. Каждый из них разрешается сдвигать в любом направлении, *не поворачивая*. Верно ли, что всегда любой из этих треугольников можно накрыть четырьмя другими?

б) На столе лежат пять одинаковых *равносторонних* бумажных треугольников. Каждый из них разрешается сдвигать в любом направлении, не поворачивая. Докажите, что любой из этих треугольников можно накрыть четырьмя другими.

Еще задачи

КГ1. Треугольником P можно накрыть треугольник Q . Докажите, что вписанным кругом треугольника P можно накрыть вписанный круг треугольника Q .

КГ2. На плоскости нарисовано множество единичных отрезков, каждые два имеют общую точку. Докажите, что все отрезки можно накрыть а) квадратом со стороной 2; б) кругом радиуса 1,5; в) кругом радиуса 1.

КГ3. Треугольник можно накрыть кругом радиуса 2. Докажите, что этот треугольник можно накрыть тремя кругами радиуса 1.

КГ4. Докажите, что любой жесткий плоский треугольник T площади меньше 4 можно просунуть сквозь треугольную дырку Q площади 3.

КГ5. Единичный квадрат разрезан на n треугольников. Докажите, что одним из треугольников можно накрыть квадрат со стороной $1/n$.

КГ6. Из картона сделана пирамида. Ее разрезали по боковым ребрам, и боковые грани повернули вокруг основания так, что они легли на основание. Докажите, что вместе боковые грани полностью накрыли основание пирамиды.