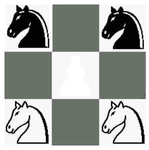
Одинаковые графы

Определение. *Дерево* – это конечный связный граф без циклов.
Упражнение 1. Приведите пример трех различных деревьев с 5 вершинами.
Упражнение 2. Докажите, что в дереве с n вершинами ровно n–1 ребро.
Определение. Два графа называются *изоморфными*, если вершины каждого из них можно перенумеровать так, чтобы если в одном из графом i-я вершина была связана ребром с j-й, то в другом – тоже.
3. Какие из следующих графов изоморфны:
A: Вершины и ребра октаэдра. B: Вершины – клетки доски 2×3 (кроме центральной), ребро – ход ладьи. C: Вершины – грани куба, они связаны ребром если у них есть общая сторона. D: Вершины и стороны шестиугольника. E: Вершины – числа от 1 до 6, ребром связаны взаимно простые числа. F: Вершины – трехбуквенные слова из букв И,К,С, ребра связывают слова, получаемые перестановкой двух соседних букв.
Теорема 4. В связном графе можно выкинуть несколько ребер так, чтобы получилось дерево.
Определение. Дерево из предыдущей теоремы называется *остовным деревом* или *скелетом* графа.
5. Сколько есть неизоморфных друг другу деревьев с 6 вершинами?
6. а) Докажите, что из любого конечного дерева можно выкинуть одну из вершин и все выходящие из неё рёбра так, чтобы граф остался связным.
б) Докажите то же для любого конечного графа.

7. За какое наименьшее число ходов можно белых и черных коней на рис. поменять местами?
8. Летучая ладья ходит как обычная, но не может пойти на соседнее поле. Сколько есть различных замкнутых обходов доски 4×4 летучей ладьей?

Ещё задачи

ОГ1. Докажите, что если в дереве есть ребро, то в нем есть не менее 2 вершин, из которых выходит ровно по одному ребру.

ОГ2. Может ли в компании у каждого быть ровно 6 знакомых, и у каждых двоих быть ровно по 2 общих знакомых?

Бургас, 9-10 класс, 23 июля 2016 г, www.ashap.info/Uroki/Bolgar/Burgas16/index.html