

Неоднозначные данные

«А это вам знать пока рано», – сказала Баба-Яга своим 33 ученикам и командовала: «Закройте глаза!». Правый глаз закрыли все мальчики и треть девочек. Левый глаз закрыли все девочки и треть мальчиков. Сколько учеников всё-таки увидели то, что знать пока рано?

Неразличимые примеры

Чтобы доказать, что информации недостаточно для получения однозначного ответа, можно построить два примера, которые удовлетворяют всем условиям, но дают разные ответы.

1. В ряд выписаны 100 чисел, первое равно 3, а сумма любых трех подряд равна 100. Можно ли наверняка узнать, чему равно а) 100-е число? б) 50-е число?

2. а) Незнайка утверждает, что он может узнать с помощью чашечных весов без гирь есть ли среди любых 3 камней такой, вес которого равен $\frac{1}{3}$ общего веса. Не хвастает ли он?

б). А узнать, есть ли среди 10 камней камень веса $\frac{1}{10}$ от общего веса?

3. У Кашея есть куб, в каждой вершине которого вставлено по алмазу. Известны веса этих алмазов: 1 карат, 2 карата, ..., 8 карат. Кашей предлагает Ивану Царевичу такую игру: он сообщает Ивану сумму весов алмазов на каждом ребре. Если после этого Иван правильно назовет, куда какой по весу алмаз вставлен, то получит этот куб вместе с алмазами, а если хотя бы в одном месте ошибется, то распрощается с головой. Стоит ли Ивану соглашаться играть?

Примеры «задним числом»

Неразличимые примеры и контрпримеры могут строиться после того, как испытания уже проведены и ответы даны, с использованием уже полученной информации. Этот метод часто применяется, чтобы опровергнуть предположение о наличии «гарантированного» алгоритма.

4. На плоскости расположен квадрат, и невидимыми чернилами нанесена точка Р. Человек в специальных очках видит точку. Если провести прямую, то он отвечает на вопрос, по какую сторону от неё лежит Р (если Р лежит на прямой, то он говорит, что Р лежит на прямой). Нужно определить, лежит ли точка Р внутри квадрата. Можно ли это наверняка узнать

а) за два вопроса?

б) за три вопроса?

5. Путешественник посетил деревню, каждый житель которой либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Все жители деревни встали в круг лицом к центру, и каждый сказал путешественнику про соседа справа, правдив ли тот. На основании этих сообщений путешественник смог однозначно определить, какую долю от всех жителей составляют лжецы. Определите и вы, чему она равна.

6. Суду предъявлен набор из 120 пронумерованных монет. Суд знает, что все настоящие монеты весят одинаково, фальшивые – тоже одинаково, но легче настоящих. Адвокат знает, какие монеты на самом деле фальшивые. Задача адвоката: показать суду, сколько есть фальшивых монет, не разгласив ни про какую монету, фальшивая она или настоящая. (Адвокат должен делать взвешивания на чашечных весах без гирь. Число взвешиваний не ограничено. Запрещены взвешивания и группы взвешиваний, из которых логически выводится, что конкретная монета фальшивая или настоящая.)

а) Суд уже установил, что фальшивых монет 3 или 4. Как адвокату показать, что их ровно 4?

б) Суд уже установил, что фальшивых монет 0 или 4. Как адвокату показать, что их ровно 4?

в) Суд уже установил, что фальшивых монет 0, 2 или 4. Как адвокату показать, что их ровно 4?

г*) Суд уже установил, что фальшивых монет 1 или 2. Докажите, что адвокат *не сможет*, не нарушая обязательств, убедить суд, что фальшивых монет 1, а не 2.

д*) То же, но *всего монет* 11. Суд уже установил, что фальшивых монет 1 или 2. Как адвокату показать, что их ровно 2?

Ещё задачи

НО1. В одиночных камерах сидят 4 друга-математика. Каждому из них сообщили, что их номера в списке различны, двузначны, и один из этих номеров равен сумме трёх других. Но, даже узнав номера троих других, никто из них не смог вычислить свой номер. Так какие же у них были номера?

НО2. Все виды растений одной страны были занумерованы подряд натуральными числами от 2 до 20000 (числа идут без пропусков и повторений). Для каждой пары видов растений запомнили наибольший общий делитель их номеров, а сами номера были забыты (в результате сбоя компьютера). Можно ли для каждого вида растений восстановить его номер?