

Перевод на другой язык (изоморфизм)

- а)** Сколько девятизначных чисел состоят из семи семерок и двух единиц?

б) Сколько решений в неотрицательных целых числах у уравнения $x+y+z=7$?

в) Сколько решений в натуральных числах у уравнения $x+y+z=10$?
- а)** На пустой шахматной доске двое играющих по очереди двигают коня. Двигать можно только влево-вниз. Кто не сможет сделать ход – проиграл. Найдите все клетки, начав с которых первый может выиграть, как бы хорошо не играл противник.

б) В двух коробочках лежат орехи, в каждой не более семи. Играют двое. За один ход нужно взять три ореха – два из одной коробочки, третий – из другой. Найдите все позиции, начав с которых первый может выиграть, как бы хорошо не играл противник.
- Сколько решений может быть у системы уравнений
$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \\ (x-c)^2 + (y-d)^2 = R^2 \end{cases}$$
 при различных значениях параметров a, b, c, d, r, R ?
- По прямой в одном направлении на некотором расстоянии друг от друга движутся 5 одинаковых шариков, а навстречу им движутся 5 других таких же шариков. Скорости всех шариков одинаковы. При столкновении любых двух шариков они разлетаются в противоположные стороны с той же скоростью, с какой двигались до столкновения. Сколько всего столкновений произойдет между шариками?
- Летучая ладья ходит как обычная, только не может пойти на соседнее поле. Сколько есть замкнутых маршрутов летучей ладьи по всем полям доски 4×4 ?

Байка о туристах, идущих вдоль реки.

- Существует ли число, которое при умножении на 2 становится точным квадратом, а при умножении на 3 – точным кубом?
- Даны несколько графиков квадратных трехчленов вида $y=x^2+ax+b$. Каждые два пересекаются в точке или точках с целыми координатами, при этом никакие три не проходят через одну точку, и все абсциссы точек пересечения различны. Может ли число графиков равняться **а)** четырем **б)** десяти?
- Следующая игра является переводом на другой язык одной очень популярной игры. Какой? «На столе лежат 9 карточек с числами от 1 до 9. Двое играющих по очереди берут по одной карточке. Выигрывает тот, кто первым после своего хода сможет выложить три карточки с суммой 15.»
- На доске выписаны числа $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{99}$. За одну операцию пара выбранных чисел a и b заменяется на $ab+a+b$. После 99 операций осталось одно число. Какое?

Для самостоятельного решения

Я1. Существует ли натуральное число, которое при умножении на 3 становится точным кубом, на 4 – точной 4-й степенью, а на 5 – точной 5 степенью?

Я2. Сколько решений в нечетных натуральных числах у уравнения $x+y+z=17$?

Я3. На доске написаны в порядке возрастания два натуральных числа x и y ($x \leq y$). Петя записывает на бумажке x^2 (квадрат первого числа), а затем заменяет числа на доске числами x и $y-x$, записывая их в порядке возрастания. С новыми числами на доске он снова проделывает ту же операцию, и так далее, до тех пор, пока одно из чисел на доске не станет нулем. Чему будет в этот момент равна сумма чисел на Петинной бумажке?

Я4. Докажите неравенство

$$\sqrt{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2 + (y_1 + y_2 + \dots + y_n)^2} \leq \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2} + \dots + \sqrt{x_n^2 + y_n^2}$$

Я5. За круглым столом были приготовлены 12 мест для жюри с указанием имени на каждом месте. Николай Николаевич, пришедший первым, по рассеянности сел не на свое, а на следующее по часовой стрелке место. Каждый член жюри, подходивший к столу после этого, занимал свое место или, если оно уже было занято, шел вокруг стола по часовой стрелке и садился на первое свободное место. Возникшее

расположение членов жюри зависит от того, в каком порядке они подходили к столу. Сколько может возникнуть различных способов рассадки жюри?

Интернет-кружок 11 класса, 1543 школа. Рук. А.Шаповалов, февраль 2011 г. www.ashap.info/Uroki/1543/2010-11/index.html