МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА 1.12.2012

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 6 КЛАССА

1. У 15 ребят есть 8 одинаковых яблок. Разрешается резать яблоко на равные части, но не более, чем на 5 частей. Как разделить яблоки между ребятами так, чтобы каждому досталось поровну? (Разные яблоки можно резать на разное число частей). *(Фольклор)*

2. Бизнесмен Борис Михайлович выехал из города в деревню. Одновременно из деревни в город выехал тракторист Вася. В момент встречи с Васей, когда до деревни оставалось 10 км, Борис Михайлович по совету своего навигатора повернул направо. Когда он проехал 120 км после поворота, встречный грибник объяснил ему, что он едет не туда. Борис Михайлович вернулся к месту, где свернул, и поехал по верной дороге. В итоге он приехал в деревню тогда же, когда Вася приехал в город. Сколько километров от города до деревни? *(С. Берлов, К. Савенков.)*

3. В пятизначном числе n цифры идут в строго возрастающем порядке. Число m образовано теми же цифрами, идущими в обратном порядке. Найдите сумму цифр числа $m–n$. *(С. Волчёнков)*

4. Какое наибольшее количество ферзей (некоторые из которых чёрнного, а остальные —белого цвета) можно поставить на шахматную доску (размером 8×8) таким образом, чтобы одноцветные ферзи не били друг друга? (Ферзи не бьют друг сквозь друга.) *(А. Шаповалов)*

5. Любые два натуральных числа от 1 до 100 включительно соединены стрелкой, ведущей от меньшего числа к большему. Как раскрасить эти стрелки в красный и синий цвета так, чтобы любой одноцветный путь проходил не более, чем по девяти стрелкам? *(По мотивам Baltic Way-2012)*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА 1.12.2012

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 7 КЛАССА

1. Путешественник на острове лжецов и рыцарей встретил трех аборигенов. Ему известно, что их зовут Дыр, Бул и Щил, но неизвестно, кого как. Он спросил одного из них: «Сколько рыцарей в паре Дыр и Щил?» и получил ответ «Ноль». Он спросил другого: «Сколько рыцарей в паре Бул и Щил?» и снова получил ответ «Ноль». Сколько всего рыцарей среди этих трёх аборигенов? *(А. Шаповалов)*

2. Населённые пункты A, B, C, D, E, F делят кольцевую автодорогу на шесть равных участков. Дима и Оля едут по дороге с постоянными скоростями (не обязательно в одну сторону). Известно, что они встречались в пунктах C и D. Докажите, что когда-нибудь они встретятся в пункте A. *(И. Рубанов)*

3. Натуральное число увеличили на 10% и снова получили натуральное число. Могла ли при этом сумма цифр уменьшиться ровно на 10%? *(А. Шаповалов)*

4. Сколько решений в натуральных числах, не больших 1000000, имеет уравнение $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{3}{\text{НОК}(a,b)}=\frac{1}{\text{НОД}(a,b)}$ при условии $b \geq a$? *(А. Шаповалов, А. Антропов)*

5. Какое наибольшее количество черных и белых ферзей можно поставить на шахматную доску размером 9×9 таким образом, чтобы одноцветные ферзи не били друг друга? *(А. Шаповалов)*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА 1.12.2012

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 8 КЛАССА

1. Путешественник на острове лжецов и рыцарей встретил четырёх аборигенов. Ему известно, что их зовут Дыр, Бул и Щил и Круч, но неизвестно, кого как. Он спросил одного из них: «Сколько рыцарей в тройке Дыр, Бул и Щил?» и *получил* ответ «Ноль». Он спросил другого: «Сколько рыцарей в тройке Щил, Круч и Дыр?» и снова получил ответ «Ноль». Тогда он спросил третьего: «Сколько рыцарей в тройке Бул, Щил и Круч?» — и тоже получил ответ «Ноль». Сколько всего рыцарей среди этих четырёх аборигенов? *(А. Шаповалов)*

2. Населённые пункты A, B, C, D, E, F делят кольцевую автодорогу на шесть равных участков. Дима и Оля едут по дороге с постоянными скоростями (не обязательно в одну сторону). Известно, что они встречались в пунктах C и D. Докажите, что когда-нибудь они встретятся в пункте A. *(И. Рубанов)*

3. Найдите все натуральные k, l, m, n, для которых $\frac{1}{k!}+\frac{1}{l!}+\frac{1}{m!}=\frac{1}{n!}$. *(Швеция, 2011)*

4. В треугольнике ABC $AB < AC$ и $\angle BAC = 2\angle BCA$. На стороне AC отмечена точка D такая, что $CD = AB$. Через точку B проведена прямая l, параллельная AC. Биссектриса внешнего угла A пересекает l в точке M, а прямая, проходящая через C параллельно AB, пересекает l в точке N. Докажите, что $MD = DN$. *(Мексика, 2001)*

5. У двух игроков A и B есть 2012 камней, каждый из которых составляет отдельную кучу. Каждым ходом игрок может объединить какие-нибудь две кучи, содержащие вместе не более 51 камня, в одну. Игроки делают такие ходы по очереди, начинает A. Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре? *(Аргентина, 2012)*