XI Всероссийская смена «Юный математик». ВДЦ «Орлёнок»
X Южный математический турнир.
Старт-лига. Финал. 2 октября 2015 года.

1. Даны три бесконечные десятичные дроби, получающиеся друг из друга переносом запятой . Цифра справа от запятой во всех числах разная. Может ли сумма этих чисел быть равной 777? (При переносе запятой можно добавлять или стирать незначащие нули, получая, например, 0,03333... из 33,333...) (*А.Шаповалов*)

2. Сумма $2k$ различных натуральных слагаемых равна $6k^2$. Докажите, что можно подчеркнуть несколько слагаемых (не менее двух) так, чтобы сумма подчеркнутых чисел делилась на одно из них. (*А.Шаповалов*)

3. У правильного 100-угольника выбрали 51 вершину. Докажите, что какие-то три выбранные точки являются вершинами равнобедренного прямоугольного треугольника. (*Польша, OMG, 2014*).

4. Верно ли, что любой выпуклый многоугольник можно по прямой разрезать на два меньших многоугольника с равными периметрами и равными наименьшими сторонами? (*А.Шаповалов*)

5. В центральной клетке нижнего ряда доски 2×2015 лежат 2015 зёрен, остальные клетки – пустые. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход можно переложить с клетки одно или несколько зёрен (но не все) в соседнюю пустую. Кто не сможет сделать хода – проиграл. Кто из игроков может выигрывать, как бы ни играл соперник? (*А.Шаповалов*)

6. В каждой передаче «Своя игра» участвует 3 знатока. В прошлом году для проведения цикла передач отобрали n участников. Удалось провести игры так, что каждый участник встретился с каждым ровно в одной игре. В этом году отобрали 3n участников. Могло ли оказаться так, что через несколько дней каждый участник встретился с каждым ровно в одной игре? (*С.Волченков*)

7. В равнобедренном треугольнике ABC ($AC = BC$) проведена биссектриса AD. На основании отмечена точка E, что $AE = BD$, на стороне AC – точка F такая, что $AF = AB$. Докажите, что точка пересечения AD и EF лежит на высоте треугольника ABC. (*Д.Калинин*)

8. Найдите все тройки натуральных чисел (x, y, z) таких, что $xy+yz+xz–xyz=2$. (*О.Южаков*)

www.ashap.info