

**XI Всероссийская смена «Юный математик». ВДЦ  
«Орлёнок»**

**X Южный математический турнир.**

**Высшая старт-лига. 3 тур. 30 сентября 2015 года.**

1. На столе по кругу лежат монеты в 1, 2 и 3 копейки. У копеек сосед по часовой стрелке лежит орлом, против часовой – решкой, у двушек – наоборот, а у 3-копеечных оба соседа лежат одинаково – оба орлом или оба решкой. Может ли на столе лежать в сумме ровно 10 рублей?

*А.Шаповалов*

2. В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BL$  равна стороне  $AB$ . На отрезке  $BL$  выбрана точка  $K$  так что  $\angle AKL = \angle BCA$ . Докажите, что  $AK = CL$ .

*Украина-2015*

3. Найдите все такие натуральные  $n$ , для которых  $(n+6)(n+1200)$  – точный квадрат.

*О.Южаков*

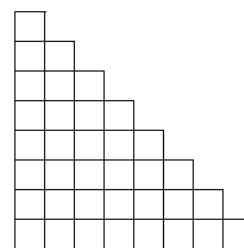
4. Даны 10 бумажных треугольников, среди их периметров нет равных. Вася должен разрезать один из треугольников на треугольник и четырехугольник, а затем разложить все имеющиеся фигуры на две группы. Всегда ли он может добиться, чтобы суммы периметров в группах были одинаковы?

*А.Шаповалов*

5. Турист Саша узнал, что за рекой, на её правом берегу реки дают бесплатный WiFi. Он сообщил эту новость друзьям, те – своим друзьям, и т.д. Все, до кого дошла новость, собрались на левом берегу реки. Есть одна двухместная лодка. Каждый турист согласен на правый берег плыть только вместе с кем-нибудь из своих друзей, а на левый, если надо, плыть только в одиночку. Докажите, что все туристы смогут переправиться на правый берег так, чтобы никакой паре не пришлось плыть вместе более одного раза.

*А.Шаповалов*

6. Из клетчатой доски  $n \times n$  выпилили все клетки выше диагонали. Оставшуюся ступенчатую фигуру (см. рис. для  $n=8$ ) нужно по границам клеток разбить на  $n$  прямоугольников так, чтобы среди них не было равных. Сколькими способами это можно сделать?



*Д.Кузнецов*

7. Найдите наименьшее натуральное число, записываемое одинаковыми цифрами и делящееся на 2015.

*По мотивам задачи С.Токарева*

8. В каждую клетку таблицы  $4 \times 4$  записано положительное число. При этом сумма чисел в каждой строке, кроме первой, в 3 раза больше, чем в предыдущей, и сумма чисел в каждом столбце, кроме первого, на 5 больше, чем в предыдущем. Найдите сумму чисел во второй строке, если известно, что она равна сумме чисел в каком-то столбце.

*А.Шаповалов*

**XI Всероссийская смена «Юный математик». ВДЦ  
«Орлёнок»**

**X Южный математический турнир.**

**Первая старт-лига. 3 тур. 30 сентября 2015 года.**

1. На столе по кругу лежат монеты в 1, 2 и 3 копейки. У копеек сосед по часовой стрелке лежит орлом, против часовой – решкой, у двушек – наоборот, а у 3-копеечных оба соседа лежат одинаково – оба орлом или оба решкой. Может ли на столе лежать в сумме ровно 10 рублей?

*А.Шаповалов*

2. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AB$  взята такая точка  $D$ , что  $BD=2AD$ . Докажите, что одна из медиан треугольника  $ACD$  равна одной из медиан треугольника  $BCD$ .

*А.Шаповалов*

3. На клетчатую полосу  $1 \times 50$  неизвестным образом ставят корабль  $1 \times 2$ . Какое наименьшее количество детекторов можно расположить заранее на доске так, чтобы можно было абсолютно точно определить расположение корабля? (Детектор в клетке ставится до появления корабля и показывает затем, занята клетка кораблём или нет.)

*по мотивам Р.Жендарова*

4. Равнобедренный треугольник  $ABC$  удалось разрезать на два меньших равнобедренных треугольника. Обязательно ли  $ABC$  – прямоугольный?

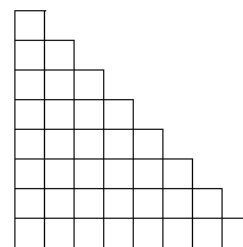
*фольклор*

5. К левому берегу реки подошла компания туристов. Есть одна двухместная лодка. Каждый турист согласен на правый берег плыть только вместе с кем-нибудь из своих друзей, а на левый, если надо, плыть только в одиночку. У каждого в компании есть хотя бы один друг. Докажите, что все туристы смогут переправиться на правый берег.

*А.Шаповалов*

6. Из шахматной доски выпилили все клетки выше диагонали. Оставшуюся фигуру (см. рис.) разбили по границам клеток на 8 прямоугольников так, чтобы среди них не было равных. Какая сумма периметров частей могла получиться? (Сторона клетки равна 1)

*Д.Кузнецов*



7. Найдите наименьшее натуральное число, записываемое одинаковыми цифрами и делящееся на 65.

*По мотивам задачи С.Токарева*

8. В каждую клетку таблицы  $4 \times 4$  записано положительное число. При этом сумма чисел в каждой строке, кроме первой, в 3 раза больше, чем в предыдущей, и сумма чисел в каждом столбце, кроме первого, на 5 больше, чем в предыдущем. Найдите сумму чисел во второй строке, если известно, что она равна сумме чисел в каком-то столбце.

*А.Шаповалов*