

Х Южный турнир, лиги Старт

Второй тур матбоев

Высшая лига

1. В двух соседних вершинах 100-угольника стоят черная и белая фишки. За ход любую одну фишку можно передвинуть в свободную соседнюю вершину (фишки не обязательно ходят по очереди). Нельзя повторять позицию, которая была раньше. Какое наибольшее число ходов может быть сделано?

С. Волченков, А. Шаповалов

2. Петя разливает литр сока по 6 кружкам так, чтобы во всех кружках сока было не поровну. Ход состоит в переливании из одной кружки в другую части сока так чтобы сока в этих двух кружках стало поровну. Первый ход делает Вася, а затем Петя делает сколько хочет таких ходов. Докажите, что Петя может так разлить вначале сок по кружкам, и затем так ходить, чтобы уравнять объем сока во всех кружках независимо от Васиного переливания.

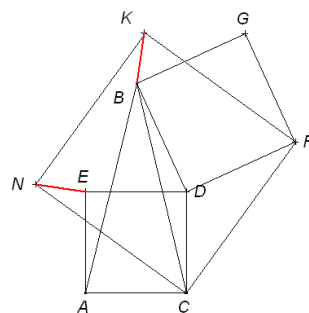
США, олимпиада для юниоров, по мотивам

3. Даны 33 компьютера и неограниченное число кабелей 33 цветов. Можно ли соединить каждую пару компьютеров отдельным кабелем так, чтобы любая тройка компьютеров была соединена между собою кабелями трех разных цветов?

фольклор

4. ABC – равнобедренный треугольник ($AB=BC$), $ACDE$, $BDFG$, $CFKN$ – квадраты, расположенные так, как показано на рисунке. Докажите, что $EN=BK$.

Д. Кузнецов



5. Разбейте треугольник с углами 30° , 70° и 80° на два треугольничка и проведите в одном треугольничке биссектрису, а в другом – медиану так, чтобы они оказались параллельными.

А. Шаповалов

6. На развилке сходится 9 дорог. От развилки стартует грузовик, в его кузове 9 ящиков весами в 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 и 25 центнеров. Каждый ящик должен быть доставлен и выгружен в магазин на своей дороге, удаленный от развилки на 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 и 25 км соответственно, а до тех пор ящик остается в кузове. Шофёр берёт по рублю за каждый центнеро-километр, то есть считает пройденное расстояние между разгрузками, умножает его на вес груза и все эти произведения складывает. Какой минимальной платой может обойтись заказчик этой перевозки, если он сам выбирает порядок посещения магазинов? (чтобы попасть из одного магазина в другой приходится возвращаться на развилку)

С. Волченков

7. В вершинах куба записаны *различные* натуральные числа, а на каждом ребре – НОД чисел в его концах. Может ли сумма чисел в вершинах быть равной сумме чисел на ребрах?

А. Шаповалов

8. У Д'Артаньяна и трёх мушкетеров есть 100 монет. Они едут в ряд, плечом к плечу. У тех, кто справа от Арамиса, в сумме 60 монет; слева от Атоса – 70 монет, а слева и справа от Портоса монет поровну. Сколько монет у Д'Артаньяна?

А. Шаповалов

Первая лига

1. В двух соседних вершинах 12-угольника стоят черная и белая фишки. За ход любую одну фишку можно передвинуть в свободную соседнюю вершину (фишки не обязательно ходят по очереди). Нельзя повторять позицию, которая была раньше. Может ли быть сделано более 112 ходов?

С.Волченков, А.Шаповалов

2. Петя разливает полтора литра сока по 6 кружкам так, чтобы во всех кружках сока было не поровну. Ход состоит в переливании из одной кружки в другую части сока так чтобы сока в этих двух кружках стало поровну. Первый ход делает Вася, а затем Петя делает сколько хочет таких ходов. Докажите, что Петя может так разлить вначале сок по кружкам, и затем так ходить, чтобы уравнять объем сока во всех кружках независимо от Васиного переливания.

США, олимпиада для юниоров, по мотивам

3. Даны 33 компьютера и неограниченное число кабелей 32 цветов. Можно ли соединить каждую пару компьютеров отдельным кабелем так, чтобы любая тройка компьютеров была соединена между собою кабелями трех разных цветов?

фольклор

4. В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C серединный перпендикуляр к биссектрисе BL пересекает катет BC в точке D. Докажите, что $BD=AL$.

Д.Кузнецов

5. На плоскости расставлены 400 точечных вебкамер. Угол обзора каждой камеры не более 179 градусов. Докажите, что какая-то из камер видит не все остальные камеры.

А.Костин

6. На доске выписан ряд из нескольких натуральных чисел, при этом каждая цифра использована ровно в одном из чисел и ровно один раз. Известно, что каждое число, начиная со второго, равно сумме цифр предыдущего, а последнее число – однозначно. Найдите его.

А.Шаповалов

7. В вершинах куба записаны *различные* натуральные числа, а на каждом ребре – НОД чисел в его концах. Может ли сумма чисел в вершинах быть равной сумме чисел на ребрах?

А.Шаповалов

8. У Д'Артаньяна и трёх мушкетеров есть 100 монет. Они едут в ряд, плечом к плечу. У тех, кто справа от Арамиса, в сумме 60 монет; слева от Атоса – 70 монет, а слева и справа от Портоса монет поровну. Сколько монет у Д'Артаньяна?

А.Шаповалов

28 сентября 2015 г. www.ashap.info