

Х Южный турнир, лиги Старт

Первый тур матбоев

Высшая лига

1. Есть 88 яблок, средний вес яблока равен 100 г. Средний тех вес яблок, которые легче 100 г, равен 85 г. Средний вес тех яблок, которые тяжелее 100 г, равен 135 г. Какое наименьшее число яблок может иметь вес ровно 100 г?

А.Шаповалов по мотивам Швеция-2014

2. В одной капле живут «амёбы-рыцари», которые всегда говорят правду, и «амёбы-лжецы», которые всегда лгут. Особенность их в том, что, сделав какое-то заявление, каждая из них меняет свой тип: «амёба-рыцарь» становится «амёбой-лжецом» и наоборот. Однажды миллион амёб расположились по кругу. Начав с амёбы Жени и обойдя круг по часовой стрелке, их всех по очереди спросили: «Твои соседи сейчас одного типа?». Затем снова, начав с Жени и обойдя круг против часовой стрелки, им всем задали тот же вопрос. Все ответы были «Да» или «Нет». Какое наибольшее число ответов «Да» могло быть?

Е.Исаак, А.Шаповалов, О.Южаков

3. I – точка пересечения биссектрис в прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB . Известно, что $AC=BC+BI$. Найдите углы A и B .

О.Южаков

4. Во время операции «Перехват» на кольцевой дороге стоят с равными промежутками 100 человек, среди них 50 – инспектора ГИБДД и 50 – сотрудники ФСБ. Докажите, что расстояние по кольцу между наиболее удаленными друг от друга инспекторами равно расстоянию по кольцу между наиболее удаленными друг от друга сотрудниками ФСБ.

По мотивам Indian postal coaching-2012

5. Есть три квадрата общей площадью 1 дм^2 . Докажите, что их можно без наложений поместить в плоскую квадратную коробку площадью 2 дм^2 .

Упрощение задачи Всесоюзной олимпиады 1972 г.

6. Рассматриваются всевозможные 100-значные числа, где каждая цифра равна 3 или 5. У каждого вычисляется остаток от деления на 1024. Сколько среди этих остатков разных?

С.Волченков

7. Петя разбил на пары все натуральные числа от 2012 до 2019 и сложил произведения чисел в своих четырёх парах, получив число P . Вася разбил эти же числа на пары по-другому и тоже сложил произведения чисел в своих четырёх парах, получив число V . Может ли быть, что $P=V$?

Д.Кузнецов

8. Из 3 жёлтых и 3 синих палочек сложен шестиугольник так, что на его контуре цвета палочек чередуются. Из каждых трёх подряд идущих палочек можно сложить треугольник. Докажите, что из палочек какого-то из цветов тоже можно сложить треугольник.

А.Шаповалов

Первая лига

1. Есть 88 яблок, средний вес яблока равен 100 г. Средний тех вес яблок, которые легче 100 г, равен 85 г. Средний вес тех яблок, которые тяжелее 100 г, равен 135 г. Какое наименьшее число яблок может иметь вес ровно 100 г?

А.Шаповалов по мотивам Швеция-2014

2. В одной капле живут «амёбы-рыцари», которые всегда говорят правду, и «амёбы-лжецы», которые всегда лгут. Особенность их в том, что, сделав какое-то заявление, каждая из них меняет свой тип: «амёба-рыцарь» становится «амёбой-лжецом» и наоборот. Однажды миллион амёб расположились по кругу. Обходя по кругу два раза, их по очереди спрашивали: «Твои соседи сейчас одного типа?». Какое число ответов «Да» могло быть дано?

Е.Исаак, А.Шаповалов, О.Южаков

3. В треугольнике ABC провели биссектрису AL , высоту BH и медиану CM . Оказалось, что отрезок BH делится пополам прямой LM . Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.

А.Шаповалов

4. Во время операции «Перехват» на кольцевой дороге стоят с равными промежутками 100 человек, среди них 50 – инспектора ГИБДД и 50 – сотрудники ФСБ. Докажите, что расстояние по кольцу между самыми близкими друг к другу инспекторами равно расстоянию по кольцу между самыми близкими друг к другу сотрудниками ФСБ.

По мотивам Indian postal coaching-2012

5. Есть два квадрата общей площадью 1 дм². Докажите, что их можно без наложений поместить в плоскую квадратную коробку площадью 2 дм².

Упрощение задачи Всесоюзной олимпиады 1972 г.

6. Дан ребус ДЕНЕГ+НАДО=МНОГО (разным буквам соответствуют разные цифры, одинаковым – одинаковые). Как велико может быть МНОГО (найдите наибольшее значение).

Л.Емельянов

7. Резервуар заполняется из двух труб: одна с пресной водой, другая – с солёной. Если открыть кран с пресной водой, то резервуар заполнится за 7 часов. Если открыть оба крана – за 4 часа 40 минут. Заполняя пустой резервуар, открыли сначала солёную воду, а через некоторое время – ещё и пресную. Когда резервуар наполнился, солёность воды в нём стала 17%. Сколько минут прошло между открытием первого и второго кранов, если солёность солёной воды была 35%?

А.Шаповалов

8. Есть шесть палочек общей длиной менее 2 м. Длина самой короткой палочки 1 дм. Докажите, что из каких-то трёх палочек можно сложить треугольник.

фольклор