Летний турнир имени А.П.Савина «Математика 6–8»

За многие годы стало хорошей традицией приезжать в конце июня в Судиславль для решения математических задачек. С 26 июня по 2 июля 2011 года на базе «Берендеевы Поляны» прошел традиционный турнир математических боев имени А.П.Савина для команд 6–8 классов. Участвовали 32 команды. Как обычно, приехало много школьников из Москвы и Санкт-Петербурга. Не обошлось и без постоянных участников турнира – команд Костромы и Черноголовки. Также в турнире приняли участие ребята из Омска, Ульяновска и Ярославля. Организаторы турнира – Г.В.Кондаков и образовательная программа «Большая перемена».

В первый день участники турнира поселились, осмотрелись и собрались на разминочное соревнование – на игру «Математический квадрат», сочетающую в себе решение задач и сложный вариант игры в «крестики-нолики». Среди 6 классов лучшей стала команда Малого мехмата, среди 7 классов – команда Ульяновска (с большим отрывом в 170 очков), среди 8 классов – команда Омска.

Во второй день устная командная олимпиада должна была разделить команды на лиги. Восьмиклассников легко удалось разделить на две лиги: большую (8 команд) высшую и первую (из 4 команд) лиги. Также сразу определились 8 команд, которые составили высшую лигу 6 классов. Оргкомитету турнира пришлось долго думать, как хорошо поделить на лиги остальные команды. Хотелось, чтобы внутри каждой группы боролись соперники, близкие по силе, ведь чем менее предсказуемы результаты боев, тем интереснее турнир. В результате было принято разумное, но достаточно неожиданное для всех решение: лиг сделали больше, чем планировали. Высшая лига 7 классов состояла из четырех лучших команд, первая лига – также из четырех, а остальные команды образовали лигу 6–7 классов.

Далее, в течение трех дней шли упорные бои внутри лиг. Если лидерство команды Ульяновска в высшей лиге 7 классов и команды школы 179 в первой лиге 8 классов было всем понятно сразу, то в остальных лигах результаты были мало предсказуемы. В итоге в последний день турнира болельщики разрывались

между двумя финальными боями, пытаясь угадать, кто же станет победителем. В лиге 8 классов в упорном сражении выиграла команда гимназии 1543, которую подготовил А.В.Спивак. Капитан команды Андрей Волгин третий год подряд увозит с турнира командный диплом I степени. Вторым номером в хит-параде финальных боев стал главный бой в лиге 6 классов, в котором команда Магнитогорска вырвала победу буквально на последней разобранной задаче. Не обошлось и без курьезов: во втором финале высшей лиги 8 классов исход решила излишняя эмоциональность капитана. Сначала он радостно пошел к доске рассказывать решение задачи (при проверке корректности), а на следующей задаче обнаружил, что должен выйти снова... но уже в третий раз (что запрещено правилами). Неожиданная турнирная ситуация сложилась в первой лиге 7 классов, где финал закончился со счетом 30:30, и в итоге первое место присудили обеим командам.

Мы приводим полный список призеров турнира.

В один из дней турнира прошла личная олимпиада. В 8 классе лучше всех выступил *Андрей Волгин* – жюри решило дать ему

Лига	*Диплом*	*Команда*	*Капитан*	*Руководитель*
6 класс	*I диплом*	*Магнитогорск*	*А.Торшина*	*А.В.Христева*
6 класс	*II диплом*	*Гимназия 1514, Москва*	*В.Понуров*	*Л.О.Бычкова*
6 класс	*II диплом*	*Квантик*	*Д.Николаева*	*И.А.Николаева*
6 класс	*III диплом*	*Гимназия 1543, Москва*	*И.Спиридонов*	*Ю.В.Паньковская*
6 класс	*III диплом*	*Сборная Москва-ДНТТМ*	*Г.Бачкала*	*Т.П.Зорина*
6–7 класс	*I диплом*	*Гимназия 1543, Москва*	*Д.Харитонов*	*Ю.В.Паньковская*
6–7 класс	*II диплом*	*Ярославль*	*А.Бакалдин*	*И.Е.Преображенский*
Высшая 7	*I диплом*	*Ульяновск*	*А.Зимин*	*Л.М.Самойлов*
Высшая 7	*II диплом*	*Школа 179, Москва*	*В.Румянцев*	*Г.А.Кузнецов*
Первая 7	*I диплом*	*Сборная Кострома-ДНТТМ*	*Д.Неверов*	*Э.А. Акопян*
Первая 7	*I диплом*	*Лицей 30, Санкт-Петербург*	*С.Петров*	*А.В. Садовников*
Высшая 8	*I диплом*	*Гимназия 1543, Москва*	*А.Волгин*	*А.В.Спивак*
Высшая 8	*II диплом*	*Kostroma Open 8*	*И.Петренко*	*Д.А.Калинин*
Высшая 8	*II диплом*	*Центр образования 218, Москва*	*А.Зерцалов*	*Ю.А. Блинков*
Высшая 8	*III диплом*	*Гимназия 1514, Москва*	*И.Брауде-Золотарев*	*Н.В.Якунина*
Высшая 8	*III диплом*	*Омск*	*Д.Аникеев*	*А.А. Чемеркин*
Первая 8	*I диплом*	*Школа 179, Москва*	*И.Дмитриев*	*А.Ю.Юрков*
Первая 8	*II диплом*	*Гимназия 1543, Москва*	*Д.Дмитриев*	*А.В.Хачатурян*

«гран-при». Дипломы I степени получили *Юлия Зайцева* и *Максим Гришкин* (школа 179, Москва), *Андрей Гаркавый* (школа 218, Москва), *Дмитрий Аникеев* (Омск) и *Дарья Лебедева* (Фрактал, Санкт-Петербург). Лучшим среди семиклассников стал *Александр Зимин* (Ульяновск), а единственный диплом I степени получил *Федор Селянин* (школа 2007, Москва). По результатам олимпиады 6 классов было выделено двое лучших: «гран-при I» получила *Дарья Николаева* (Квантик, Москва), а «гран-при II» – *Семен Петров* (Ярославль). Дипломы I степени получили москвичи *Тимур Петров* (гимназия 1514), *Анатолий Каламбет* (гимназия 1543), *Кирилл Коваленко* (ДНТТМ), *Евгений Гаранин* (Квантик), а также *Ангелина Торшина* из Магнитогорска. Всего призерами личной олимпиады стали 95 школьников.

Участники турнира активно развлекали себя не только математикой. В свободное от основных соревнований время никогда не пустовали футбольное поле и волейбольная площадка. По вечерам проходили интеллектуальные игры «Что? Где? Когда?», «Завалинка» и другие. В день личной олимпиады ребята ездили на экскурсии. Для желающих было устроено состязание «Бегущий Судиславль».

Отбором задач и составлением вариантов занималась методическая комиссия под руководством А. В. Шаповалова. В нее вошли А.Д.Блинков, Ю.А.Блинков, Н.Т.Мартынова, Е.С.Горская, Э.А.Акопян, Д.А.Калинин, А.В.Хачатурян, Д.В.Прокопенко, Е.А.Чернышева, И.В.Раскина, А.Ю.Юрков, Д.В.Швецов, А.Грибалко, Г.Жуков, В.Арутюнов, С.Тихомиров.

Книги и другие призы для победителей предоставили компании «Яндекс», «ABBYY» и фонд математического образования и просвещения (директор – С.И.Комаров).

Приведем некоторые из задач турнира. У каждой задачи указано, для каких классов она наиболее подходит, а если известно, то и ее автор.

Избранные задачи турнира

1 (7). Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке I. Серединный перпендикуляр к отрезку AI пересекает сторону AB в точке A_1, а серединный перпендикуляр к отрезку CI пересекает сторону CB в точке C_1. Докажите, что точки A_1, I и C_1 лежат на одной прямой.

Д.Швецов

2 (7-8). На шахматной доске отметили 12 клеток. Докажите, что среди отрезков, соединяющих центры отмеченных клеток, найдутся три одинаковых.

А.Грибалко

3 (8). Точки E и F – середины боковых сторон BC и AD трапеции $ABCD$. На основании AB взяли такие точки M и N, что $MNEF$ – равнобокая трапеция. Докажите, что если M – середина AB, то N равноудалена от C и D.

Д.Калинин

4 (7–8). В строке шестизначных чисел первое число 123456, последнее 654321. Соседние числа отличаются на 1 или на 1000. Ни одно число не делится на 1000. Докажите, что хотя бы одно число делится на 13.

А.Шаповалов

5 (7–8). В треугольнике ABC $\angle ABC = 135°$. На стороне AC отмечены точки M и N (M между A и N) так, что $MB \perp NB$. MP и NQ – биссектрисы треугольников AMB и CNB. Докажите, что точка, симметричная точке B относительно прямой PQ, лежит на AC.

Д.Швецов, Д.Прокопенко

6 (7–8). Команды провели турнир по футболу в один круг (каждая сыграла с каждой один раз, победа – 3 очка, ничья – 1, поражение – 0). Оказалось, что у единоличного победителя количество побед меньше, чем количество поражений. Какое наименьшее количество команд могло участвовать в турнире?

А.Блинков, А.Заславский

7 (8). Отрезок AB является общей хордой двух окружностей равного радиуса. Через точку K, лежащую внутри этого отрезка, проведен к нему перпендикуляр, который пересекает окружности в точках C и D (в одной из полуплоскостей с границей AB). Докажите, что точка D является точкой пересечения высот треугольника ABC.

А.Блинков

8 (7–8). В стране 6 городов. Каждые два города соединены авиалинией одной из двух авиакомпаний.

Обязательно ли существует замкнутый маршрут из четырех авиалиний одной авиакомпании?

В.Трушков

9 (7–8). Каждая дорога сети связывает два города (не заходя в другие), число дорог конечно, между каждыми двумя городами есть ровно один путь по дорогам (возможно, проходящий через другие города). Имеется ровно 20 тупиков (городов, из которых выходит ровно одна дорога). Маршрут автобуса проходит по кратчайшему пути между какими-то двумя городами, автобус ходит туда и обратно. Известно, что из любого города в любой другой можно доехать автобусами не более, чем с одной пересадкой. Каково наименьшее число маршрутов (для любой такой сети)?

Б.Френкин

10 (6–8). В однокруговом турнире участвовали 12 шахматистов. Какое наименьшее количество дней может длиться этот турнир, если каждый его участник играет не более одной партии в день, и никакие две партии подряд не играет черными фигурами?

А.Грибалко, С.Токарев

11 (8). В четырехугольнике $ABCD$ угол B тупой, M – середина CD. Докажите, что $AM + BM < AC + AD$.

Ю.Блинков

12 (8). Пусть $\varphi(n)$ – количество чисел от 1 до n, взаимно простых с n, а $\tau(n)$ – количество делителей числа n. Найдите все такие n, что сумма $\varphi(n)$ и $\tau(n)$ равна n.

Г.Жуков

13 (7–8). В записи точного квадрата – ровно 100 цифр. Может ли четных и нечетных цифр быть поровну?

А.Шаповалов

14 (6–8). В языке КОКОКОЛО 3 буквы: К, Л и О. Если в любом месте любого слова этого языка вставить или вычеркнуть любое из буквосочетаний ККО, ООЛ или ЛЛК, то смысл слова от этого не изменится. Одинаковы ли по смыслу слова КЛОК и КОЛОКОЛ?

А.Шаповалов

15 (7–8). На острове живут рыцари и лжецы, всего 100 человек. Каждого из них спросили: «Сколько рыцарей среди твоих друзей на этом острове?» Среди ответов каждое число от 0 до 99 встретилось ровно по одному разу. Сколько на этом острове рыцарей? (Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут).

А.Шаповалов

16 (8). Дан отрезок AB. На этом отрезке взята произвольная точка C, на полученных отрезках AC и BC как на сторонах в одной и той же полуплоскости относительно AB построены квадраты. Постройте с помощью одной линейки без делений квадрат, диагональю которого является отрезок AB.

Н.Москвитин

17* (7–8). Из спичек выложена доска $8 \cdot 8$ так, что каждую клетку ограничивают четыре спички. Какое

наименьшее число спичек можно убрать, чтобы после этого не осталось ни одного контура прямоугольника?

Д.Калинин

18*. (8–9). 100 монет достоинствами в 1, 2, 3, …, 100 пиастра разложили в 76 кошельков (в каждом что-то есть). Разрешается объединять все деньги из любых двух кошельков в один. Докажите, что такими объединениями можно оставить только два непустых кошелька с равными суммами денег.

А.Шаповалов

19** (6–8). Трем математикам нарисовали на лбу по прямоугольнику (с указанием размеров) и сообщили, что из этих трех прямоугольников можно сложить квадрат. Каждый математик не видит, что у него на лбу, но видит, что изображено у других. Первый сказал, что не может догадаться, каковы размеры прямоугольника у него на лбу. Затем то же самое сказал второй математик. Найдите отношение сторон прямоугольника на лбу третьего математика.

А.Шаповалов

20** (7–8). В ряд стоят несколько стаканов – вниз или вверх дном. За одну операцию разрешается выбрать стакан вверх дном и перевернуть его соседей (двух – если стакан не крайний, одного – если крайний; выбранный стакан не переворачивается). Докажите, что такими операциями можно из любого расположения стаканов получить симметричное ему (то есть такое же, но справа налево).

А.Лебедев, А.Шаповалов

Публикацию подготовили Д.Калинин, А.Шаповалов