

XXIII Турнир математических боёв им. А. П. Савина
 Берендеевы поляны, 26 июня – 2 июля 2017 года
 КОМАНДНАЯ ОЛИМПИАДА
 8 класс · 27 июня 2017 года

1 Найдите все такие натуральные m и n , что $5^m - 3^n = 16$.

2 Шахматная фигура *кузнечик* прыгает на любое расстояние по горизонтали, вертикали или диагонали, при этом она должна перепрыгнуть ровно одну занятую клетку и опуститься на следующую за ней свободную клетку.

На бесконечном клетчатом поле сидят 5 кузнечиков в виде буквы F (рис 1) (остальные клетки пусты). Могут ли кузнечики через несколько прыжков образовать крест (рис 2)?

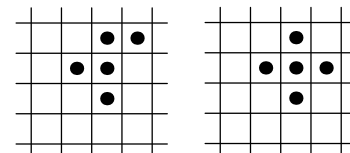
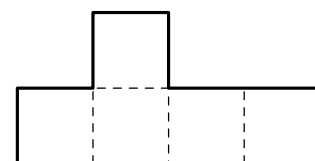


Рис. 1 Рис. 2

3 Забор окружает участок, который можно было бы разбить на пять квадратов со стороной 10 м (см. рис.). Можно ли разбить его на две части равной площади дополнительным забором короче 14 м?



4 В турнире по волейболу каждая из 12 команд сыграла один матч с каждой из остальных. В каждом матче играется несколько партий до трёх побед одной из команд. Если матч заканчивается со счётом 3 : 0 или 3 : 1, то выигравшая команда получает 3 очка, а проигравшая — 0. Если же игра заканчивается со счётом 3 : 2, то команды получают соответственно 2 и 1 очко. Известно, что в матче команд «Волки» и «Овцы» было сыграно пять партий и что вторая команда отстала от первой на столько же очков, насколько третья отстала от второй, четвертая от третьей, ..., последняя от предпоследней. Сколько очков набрала команда-чемпион?

5 От пластины В к пластине А с интервалами в 2 секунды вылетели четыре молекулы с одинаковыми постоянными скоростями. Расстояние от А до В молекула пролетает за 6 секунд. После столкновения с пластиной или с другой молекулой скорость молекулы по величине не меняется, а направление движения меняется на противоположное. Через сколько секунд после начала движения первой молекулы произойдет тысячная по счёту встреча молекул?

6 В треугольнике ABC $\angle B = 60^\circ$. AA_1 и CC_1 — высоты, H — ортоцентр. M — середина малой дуги AC описанной вокруг треугольника ABC окружности. Докажите, что $MH \perp A_1C_1$.

7 Эльфы и гномы не любят друг друга, и если одни получают численное превосходство не менее 2 : 1, они обязательно нападают на других. К левому берегу реки подошло N гномов и N эльфов. Всем им удалось переправиться на правый берег с помощью двухместной лодки, избежав нападений. При каких N такое возможно? (Когда лодка достигает берега, сначала все обязаны из неё одновременно выйти. От причалов на берегах никто не расходится, пока переправа не закончена.)

8 В таблице 1×100 отметили часть клеток. В каждую неотмеченную клетку записали модуль разности между количеством отмеченных клеток слева и справа от неё. Какое наименьшее количество клеток могло быть отмечено, если все записанные числа оказались положительными и различными?