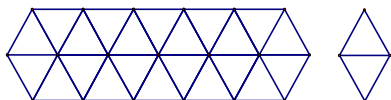


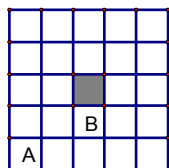
**Турнир им. А.П.Савина**  
**Математический квадрат**  
**8 класс**  
**Комбинаторика**

1. Сколькими способами можно замостить полосу ромбиками?



2. По кругу расположены 6 кружочков. Вася вписывает в них по одной цифре. Сколькими способами он может это сделать, если можно прочесть число 2017 в подряд идущих кружочках по часовой стрелке?

3. Испорченный калькулятор не показывает цифру



- 9 (то есть, если ввести в него число 3929, то он покажет число 32, без пробелов между цифрами). Миша ввел в калькулятор некоторое 7-значное число, и на дисплее отобразилось только число 2017. Сколькими различными способами Миша мог ввести свое число?
4. Хромой король может ходить только на соседние по стороне клетки. Сколькими способами хромой король может пройти из клетки «А» в клетку «В», побывав во всех клетках (кроме центральной) ровно по разу?
5. Сколько существует трехзначных чисел, у которых сумма любых двух цифр делится на третью?

**Алгебра**

1. Из городов А и В навстречу друг другу выехали два автомобиля и встретились через 8 часов. Если бы скорость автомобиля, выехавшего из А, была больше на 14%, а скорость автомобиля, выехавшего из В, была больше на 15%, то они встретились бы через 7 часов. У какого из автомобилей больше скорость и во сколько раз?
2. Вычислите:  $1+20161+20171+20181+2019\cdot 2021$ .
3. Найдите все такие пары целых чисел  $x; y$ , что  $2x^2+y^2=2xy+4x$ .
4. Решите систему уравнений  $x+yz=y+zx=z+xy=6$ .
5. Найдите наименьшее натуральное число  $n$ , для которого

выполнено:

$$0 < n < 0,1.$$

Здесь  $x$  — дробная часть числа  $x$ .

### ***Числа***

1. Вася выписал числа от 1 до 100. Под каждым числом он записал произведение его цифр. Сколько полученных произведений содержат в своей записи нуль?
2. Найдите все натуральные числа, у которых произведение цифр равно 6, сумма цифр равна 7, а само число делится на 8.

3. Найдите все такие четырехзначные числа  $n=abcd$ , что цифра

$a$  есть остаток при делении числа  $n$  на 5, цифра  $b$  есть остаток

при делении числа  $n$  на 4, цифра  $c$  есть остаток при делении

числа  $n$  на 3, цифра  $d$  есть остаток при делении числа  $n$  на 2.

4. По кругу расставлено  $n$  чисел. Сумма всех чисел равна 360.

Сумма любых 100 чисел, идущих подряд, больше 18, а сумма любых 111 чисел, идущих подряд, меньше 20. Чему может

быть равно  $n$ ?

5. Каким наибольшим количеством нулей может заканчиваться

$1n+2n+3n+4n$  при натуральном  $n$ ?

## Геометрия

1. Точка  $O$  — центр описанной окружности треугольника  $ABC$ ;  $\angle A = 40^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$ ;  $BK$  — высота треугольника  $ABC$ . Найдите  $\angle OBK$ .
2. Дана трапеция  $ABCD$  с основанием  $AD$ ;  $AB = BC$ ,  $AC = CD$ ,  $BC + CD = AD$ . Сколько градусов составляет наибольший угол трапеции  $ABCD$ ?
3. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AL$ . Известно, что  $AB = 2007$ ,  $BL = AC$ . Найдите длины сторон треугольника  $ABC$ , если известно, что они целые.
4. В пятиугольнике  $ABCDE$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ , а остальные углы равны между собой;  $ED = 2$ ,  $DC = 3$ . Найдите  $AB$ .
5. Дан равнобедренный треугольник  $ABC$ ,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = 40^\circ$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  соответственно отмечены точки  $S$  и  $T$  так, что  $\angle BAT = \angle BCS = 10^\circ$ . Отрезки  $AT$  и  $CS$  пересекаются в точке  $P$ . Найдите отношение  $BT : PT$ .

## Максимум-минимум

1. На столе лежат карточки от 1 до 10. Миша и Катя взяли себе несколько. Оказалось, что произведения чисел на их карточках одинаково. Какое наименьшее количество карточек могло остаться на столе?
2. Дан кубик со стороной 4, состоящий из маленьких кубиков со стороной 1. Какое наименьшее количество маленьких кубиков потребуется вытащить, чтобы площадь поверхности увеличилась в полтора раза? Можно вытаскивать кубики как выходящие на поверхность, так и не выходящие.
3. Круглая мишень разбита на 20 секторов, которые нумеруются по кругу в каком-либо порядке числами 1, 2, ..., 20. Василий посчитал наименьшую (по модулю) из разностей соседних секторов. Какое наибольшее число он мог получить?
4. В классе 20 человек. Каждый ребенок дружит с одним ребенком того же пола и двумя детьми другого пола. Какое наибольшее количество троек детей, в которых каждый ребенок дружит с каждым, может быть в этом классе?

5. Грани куба  $3 \times 3 \times 3$  разбиты на единичные квадратики. Каждый квадратик покрашен в белый, синий или красный цвет так, что одноцветные квадратики не граничат по стороне. Какое наименьшее количество квадратиков красного цвета могло получиться?

## Ответы

### *Комбинаторика*

1. 6
2. 600
3. 35
4. 12
5. 39

### *Алгебра*

1. из А в 2,5 раза
2. 2017
3. (0; 0), (2; 0), (2; 4), (4; 4)
4. (2, 2, 2), (-3, -3, -3), (1, 1, 5), (1, 5, 1), (5, 1, 1)
5. 26

### *Числа*

1. 18
2. 16, 1312, 3112
3. 1101, 1121
4. 1999
5. 2

### *Геометрия*

1. 40
2. 144
3. 1338, 2007, 2230
4. 5
5. 2:1

### *Максимум-минимум*

1. 1
2. 10
3. 9
4. 20
5. 10