

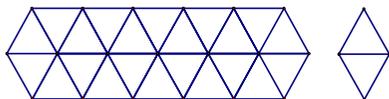
# Турнир им. А.П.Савина

## Математический квадрат

7 класс

Комбинаторика

1. Сколькими способами можно замостить полоску ромбиками?



2. Сколько существует трехзначных чисел, у которых ровно две одинаковых цифры?
3. В коробке лежат 50 синих перчаток, 40 красных и 30 жёлтых. Среди всех перчаток поровну левых и правых (но необязательно каждого цвета поровну правых и левых). Какое наименьшее число перчаток надо, не глядя, вынуть из коробки, чтобы среди вынутых наверняка оказалась пара одноцветных перчаток на разные руки?
4. Испорченный калькулятор не всегда показывает цифру 1 (то есть, если ввести в него число 3121, то он покажет число 32, или 321, или 312, или 3121, без пробелов между цифрами). Миша ввел в калькулятор некоторое 7-значное число, и на дисплее отобразилось только число 2017. Сколькими различными способами Миша мог ввести свое число?
5. Сколько существует способов выбрать две доминошки из полного набора, чтобы произведение всех четырёх чисел на костяшках было точным квадратом?

Логика

1. Четыре девочки строили Песчаные Дворцы. Все Дворцы оказались различной высоты. Их попросили рассказать о построенных ими сооружениях, и все они дали правдивые ответы:
- Маша: Мой Дворец не выше, чем дворец Даши.
  - Алена: Дашин Дворец не меньше, чем Дворец Кати.
  - Катя: Алена построила более низкий Дворец, чем Маша.
  - Даша: Дворец Алены — не самый маленький.
- Расположите все Дворцы в порядке уменьшения их высот.
2. Мальчики всегда говорят правду другим мальчикам и врут девочкам, девочки всегда говорят правду девочкам и врут мальчикам. Как-то раз 12 детей сели вокруг круглого стола. Каждый ребенок сказал соседу справа: «слева от меня сидит мальчик». Сколько девочек было за столом?
3. Дети Петра и Марьи Ивановых Саша и Женя на вопрос, сколько детей в семье, ответили следующее. Саша: «У меня два брата». Женя: «У меня 3 сестры». Сколько детей могло быть у Петра и Марьи?
4. Ребята решили организовать рок-группу. Патрик играет на саксофоне. Клавишник учится в 9 классе. Барабанщика зовут не Мэтт, а десятиклассника зовут не Кайл. Патрик учится не в 11 классе. Эштон — не клавишник и не ученик 8 класса. Мэтт учится не в 9 классе, а барабанщик — не в 11. Кайл не гитарист. На каком инструменте играет Мэтт и в каком классе он учится?

5. В каждой клетке квадрата  $6 \times 6$  сидит рыцарь или лжец (рыцари всегда говорят правда, лжецы всегда лгут). Каждый из них заявил: «Все мои соседи лжецы». Сколько могло быть рыцарей? (соседними считаются клетки, граничащие по стороне или углу).

### ***Числа***

1. Число 95 в 19 раз больше своего наименьшего делителя, отличного от 1. Сколько всего натуральных чисел обладают таким свойством?
2. Вася выписал числа от 1 до 100. Под каждым числом он записал произведение его цифр. Сколько полученных произведений содержат в своей записи нуль?
3. Найдите все такие четырехзначные числа  $n=abcd$ , что цифра

$a$  есть остаток при делении числа  $n$  на 5, цифра  $b$  есть остаток

при делении числа  $n$  на 4, цифра  $c$  есть остаток при делении

числа  $n$  на 3, цифра  $d$  есть остаток при делении числа  $n$  на 2.

4. Решите ребус из двух уравнений  $ЭН \times 2 = \text{ДВА}$ ,  $ЭН \times 3 = \text{ТРИ}$ .
5. По кругу расставлено  $n$  чисел. Сумма всех чисел равна 360.

Сумма любых 100 чисел, идущих подряд, больше 18, а сумма любых 111 чисел, идущих подряд, меньше 20. Чему может

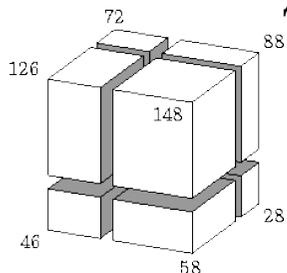
быть равно  $n$ ?

### ***Геометрия***

1. Величины внешних углов треугольника пропорциональны числам 3, 10 и 11. Найдите угол между прямыми, содержащими высоты треугольника, проведенными из вершин его меньших внутренних углов.

2. Два равнобедренных треугольника приложили боковыми сторонами друг к другу так, что образовался новый равнобедренный треугольник. Сколько градусов может составлять угол между боковыми сторонами этого треугольника?

3. Деревянный брусок тремя распилами



распилили на восемь меньших брусков. На рисунке указана площадь поверхности семи брусков. Какова площадь поверхности невидимого бруска?

4. Дан четырехугольник  $ABCD$ ;  $\angle DAC = 22^\circ$ ,  $\angle CAB = 55^\circ$ ,  $\angle ACD = 68^\circ$ ,  $\angle ACB = 35^\circ$ ; точка  $M$  — середина диагонали  $AC$ . Найдите угол  $DBM$ .

5. Из 9 единичных квадратов сложили большой квадрат  $3 \times 3$ . Какое максимальное число точек можно выбрать среди 16 вершин маленьких квадратов, чтобы никакие три точки не были бы вершинами равнобедренного прямоугольного треугольника?

## Текстовые

1. В классе 26 школьников. 12 из них на уроках смотрят в окно и считают ворон, 10 — рисуют на парте, а 7 — прилежно занимаются и только один Вася ничего не делает. Сколько учеников этого класса одновременно рисуют и считают ворон? (Заниматься и при этом считать ворон или рисовать на парте никто не умеет.)

2. Из городов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу выехали два автомобиля и встретились через 8 часов. Если бы скорость автомобиля, выехавшего из  $A$ , была больше на 14%, а скорость автомобиля, выехавшего из  $B$ , была больше на 15%, то они встретились бы через 7 часов. Скорость какого автомобиля больше и во сколько раз?

3. Отцу и двум его сыновьям вместе 48 лет. Через 5 лет возраст отца будет в два раза больше суммы возрастов его сыновей, а Коле будет столько лет, сколько Юре сейчас. Сколько лет отцу, Коле и Юре?

4. 30 школьников встали в круг. Каждый школьник по очереди, начиная с Вани, сказал своему правому соседу число. Причём мальчик мальчику говорил число на 1 меньше, чем услышал, а девочка девочке — на 1 больше. В остальных случаях школьники говорили то, что услышали. Сколько было девочек, если Ване сообщили число на 5 больше, чем он сказал вначале?

5. Луг в 10 акров может прокормить 12 волов только в течении 16 недель или 18 волов в течении 8 недель. Сколько волов можно прокормить на этом лугу в течении 6 недель, если трава все время равномерно подрастает?

## Ответы

### *Комбинаторика*

1. 6
2. 243
3. 111
4. 20
5. 199

### *Логика*

1. ДМАК
2. 0 или 8
3. 5, 6, 7
4. Мэтт учится в 11 классе и играет на гитаре
5. 4, 5, 6, 7, 8, 9

### *Числа*

1. 8
2. 18
3. 1101, 1121
4.  $69 \times 2 = 138$ ,  $69 \times 3 = 207$  и  $78 \times 2 = 156$ ,  $78 \times 3 = 234$ .
5. 1999

### *Геометрия*

1. 45
2. 36, 90
3. 22
4. 13
5. 6

### *Текстовые*

1. 4
2. из А в 2,5 раза
3. 37, 3, 8
4. 17
5. 22