

# Математические бои, 1 тур

---

## 6 класс, Высшая лига

1. Друзья купили в супермаркете 6 дынь с суммарной массой 30 кг. Какого наименьшего количества пакетов заведомо хватит, чтобы унести все дыни? Один пакет выдерживает груз массой не более 10 кг, масса каждой дыни не превышает 10 кг. (Е. Бакаев)
2. На столе лежит кучка из 55 орехов. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход надо разделить одну из имеющихся кучек на две меньшие и добавить ещё две кучки орехов, равные одной из полученных (запас дополнительных орехов неограничен). Кто не может сделать ход, платит штраф. Может ли кто-то из мальчиков играть так, чтобы наверняка не платить штраф? (А. Шаповалов)
3. Баба Яга полетела на метле из избышки на Лысую гору. В полночь на расстоянии 100 км от избышки она пересела в ступу. За 50 км до Лысой горы ступа прохудилась, и Бабе Яге пришлось лететь снова на метле. В результате она оказалась на Лысой горе в 2 часа ночи. За сколько времени она долетит на метле обратно, если на метле она летает втрое медленнее, чем в ступе?
4. Сто художников писали портреты друг друга. Каждый написал 83 портрета. Докажите, что найдутся три художника, каждый из которых изобразил двух других. (С. Берлов)
5. Можно ли разрезать куб на кубики 2016 разных размеров так, чтобы кубиков каждого размера было поровну? (А. Шаповалов, И. Раскина)
6. Три поросёнка катались на качелях, сидя вдвоём напротив одного. Получалось плохо, потому что на одной стороне оказалось на 80% больше поросычьего веса, чем на другой. Тогда они пересели по-другому, и на одной стороне стало на 40% поросычьего веса больше, чем на другой. Сколько весит Ниф-Ниф, если Нуф-Нуф весит 36кг, а Наф-Наф – 42 кг? (А. Шаповалов, И. Раскина)
7. Если  $G \times AM \times MA = 2015$ , а  $Ш \times АШ \times КА = 2016$ , то чему равно  $K \times АШ \times КА$ ? Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные. (И. Николаева)
8. Строки доски  $25 \times 25$  пронумерованы от 1 до 25 сверху вниз. В левом верхнем углу доски стоял слон. Петя и Вася ходят по очереди. За один ход Петя передвигает слона на любое количество клеток по диагонали вправо-вниз, а Вася – на любое количество клеток по диагонали влево-вниз. За каждый ход игрок получает столько очков, каков номер строки, на которую он поставил слона. К концу игры слон оказался в левом нижнем углу доски. Какой может быть разница набранных очков Пети и Васи? (Е. Бакаев)

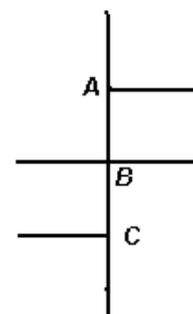
## 6 класс, Первая лига

1. Друзья купили в супермаркете 6 дынь с суммарной массой 30 кг. Какого наименьшего количества пакетов заведомо хватит, чтобы унести все дыни? Один пакет выдерживает груз массой не более 10 кг, масса каждой дыни не превышает 10 кг. (Е. Бакаев)

2. На столе лежит кучка из 55 орехов. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход надо разделить одну из имеющихся кучек на две меньшие и добавить ещё одну кучку орехов, равную одной из полученных (запас дополнительных орехов неограничен). Кто не может сделать ход, платит штраф. Может ли кто-то из мальчиков играть так, чтобы наверняка не платить штраф? (А. Шаповалов)

3. Баба Яга полетела на метле из избышки на Лысую гору. В полночь на расстоянии 100 км от избышки она пересела в ступу. За 50 км до Лысой горы ступа прохудилась, и Бабе Яге пришлось лететь снова на метле. В результате она оказалась на Лысой горе в 2 часа ночи. За сколько времени она долетит на метле обратно, если на метле она летает втрое медленнее, чем в ступе?

4. Гарри Поттер находится в лабиринте в точке В (см. рисунок). Он знает план лабиринта и знает, что в одном из шести тупиков есть выход, а в остальных его ждет смерть. В точках А, В и С есть указатели – стрелки, на которых показано направление выхода. Гарри знает, что все они направлены в одну сторону и ровно одна из них показывает неправильно. Достаточно ли этого, чтобы найти выход из лабиринта? (Д. Шноль)



5. Можно ли разрезать куб на кубики двух разных размеров так, чтобы кубиков каждого размера было поровну? (А. Шаповалов, И. Раскина)

6. Три поросёнка катались на качелях, сидя вдвоём напротив одного. Получалось плохо, потому что на одной стороне оказалось на 80% больше поросычьего веса, чем на другой. Тогда они пересели по-другому, и на одной стороне стало на 40% поросычьего веса больше, чем на другой. Сколько весит Ниф-Ниф, если Нуф-Нуф весит 36 кг, а Наф-Наф – 42 кг? (А. Шаповалов, И. Раскина)

7. Если  $G \times AM \times MA = 2015$ , а  $Ш \times АШ \times КА = 2016$ , то чему равно  $K \times АШ \times КА$ ? Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные. (И. Николаева)

8. Строки доски  $25 \times 25$  пронумерованы от 1 до 25 сверху вниз. В левом верхнем углу доски стоял слон. Петя и Вася ходят по очереди. За один ход Петя передвигает слона на любое количество клеток по диагонали вправо-вниз, а Вася – на любое количество клеток по диагонали влево-вниз. За каждый ход игрок получает столько очков, каков номер строки, на которую он поставил слона. К концу игры слон оказался в левом нижнем углу доски. Какой может быть разница набранных очков Пети и Васи? (Е. Бакаев)

## 7 класс, Высшая лига

1. На столе лежит кучка из 55 орехов. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход надо разделить одну из имеющихся кучек на две меньшие, и добавить ещё две одинаковые кучки орехов, равные одной из полученных (запас дополнительных орехов неограничен). Кто не может сделать ход – проиграл. Может ли кто-нибудь из игроков выигрывать, как бы ни играл соперник, и если да, то кто? (А. Шаповалов)

2. Друзья купили в супермаркете несколько дынь суммарной массой 30 кг. Какое минимальное количество пакетов потребуется, чтобы гарантированно можно было унести все дыни? Один пакет выдерживает груз массой не более 15 кг, масса каждой дыни не превышает 15 кг. (Е. Бакаев)

3. Строки доски  $25 \times 25$  пронумерованы от 1 до 25 сверху вниз. На доске стоит один слон и Петя и Вася по очереди передвигают его, при этом Петя передвигает на любое количество клеток по диагонали вправо-вниз, а Вася – на любое количество клеток по диагонали влево-вниз. За каждый ход игрок получает столько очков, каков номер строки, на которую он поставил слона. Сначала слон стоял в левом верхнем углу, а в конце – в левом нижнем углу. Какой может быть разница набранных очков Пети и Васи? (Е. Бакаев)

4. Число  $x^2 - [x]\{x\}$  – точный квадрат. Обязательно ли  $x$  целое? (А. Шаповалов)

5. В треугольнике  $ABC$  высота  $АН$  пересекает медиану  $ВМ$  в точке  $К$ . Найдите угол между высотой и медианой, если  $AK = BC$ . (Е. Бакаев)

6. На диагонали  $AC$  прямоугольника  $ABCD$  выбраны точки  $E$  и  $F$  такие, что  $AE = AB$  и  $AF = AD$ . Пусть  $G$  и  $H$  — основания перпендикуляров, опущенных на сторону  $AB$  из точек  $E$  и  $F$  соответственно. Докажите, что  $AG + FH = AC$ .

7. Сто художников писали портреты друг друга. Каждый написал 75 портретов. Докажите, что найдутся три художника, каждый из которых изобразил двух других. (С. Берлов)

8. Можно ли разрезать куб на кубики 2016-ти разных размеров так, чтобы кубиков каждого размера было поровну? (А. Шаповалов, И. Раскина)

## 7-8 класс

1. На столе лежит кучка из 55 орехов. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход надо разделить одну из имеющихся кучек на две меньшие, и добавить ещё две одинаковые кучки орехов, равные одной из полученных (запас дополнительных орехов неограничен). Кто не может сделать ход – проиграл. Может ли кто-нибудь из игроков выигрывать, как бы ни играл соперник, и если да, то кто? (А. Шаповалов)

2. Друзья купили в супермаркете 6 дынь с суммарной массой 30 кг. Какое минимальное количество пакетов потребуется, чтобы гарантированно можно было унести все дыни? Один пакет выдерживает груз массой не более 10 кг, масса каждой дыни не превышает 10 кг. (Е. Бакаев)

3. Строки доски  $25 \times 25$  пронумерованы от 1 до 25 сверху вниз. На доске стоит один слон, Петя и Вася по очереди передвигают его, при этом Петя передвигает его на любое количество клеток по диагонали вправо-вниз, а Вася – на любое количество клеток по диагонали влево-вниз. За каждый ход игрок получает столько очков, каков номер строки, на которую он поставил слона. Сначала слон стоял в левом верхнем углу, а в конце – в левом нижнем углу. Какой может быть разница набранных очков Пети и Васи? (Е. Бакаев)

4. Число  $x^2 - [x]\{x\}$  – целое. Докажите, что тогда  $x[x]\{x\}$  тоже целое. (А. Шаповалов)

5. В треугольнике  $ABC$  высота  $AH$  пересекает медиану  $BM$  в точке  $K$ . Найдите угол между высотой и медианой, если  $AK = BC$ . (Е. Бакаев)

6. Рыбаки Петя и Вася поймали 3 рыбы: двух щук и леща. Щуки весят 3600 г и 4200 г. Петя разделил рыб между ними так, что ему досталось на 80% больше по весу, чем Васе. Васе это не понравилось, и он разделил рыб по-другому, так что ему досталось на 40% больше, чем Пете. Сколько граммов весит лещ? (А. Шаповалов)

7. Если  $\Gamma \times AM \times MA = 2015$ , а  $\Pi \times A\Pi \times KA = 2016$ , то чему равно  $K \times A\Pi \times KA$ ? (И. Николаева)

8. Можно ли разрезать куб на кубики двух различных размеров так, чтобы кубиков каждого размера было поровну? (А. Шаповалов, И. Раскина)

## 8 класс

1. На столе лежит кучка из 55 орехов. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход надо разделить одну из имеющихся кучек на две меньшие, и добавить ещё две одинаковые кучки орехов, равные одной из полученных (запас дополнительных орехов неограничен). Кто не может сделать ход – проиграл. Может ли кто-нибудь из игроков выигрывать, как бы ни играл соперник, и если да, то кто? (А. Шаповалов)

2. Друзья купили в супермаркете несколько дынь с суммарной массой 20 кг. Какое минимальное количество пакетов потребуется, чтобы гарантированно можно было унести все дыни? Один пакет выдерживает груз массой не более 4 кг, масса каждой дыни не превышает 1 кг. (Е. Бакаев)

3. Высоты  $AA_1$ ,  $CC_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ .  $H_a$  – точка симметричная  $H$  относительно  $A$ .  $H_aC_1$  пересекает прямую  $BC$  в точке  $C'$ .  $H_c$  – точка симметричная  $H$  относительно  $C$ .  $H_cA_1$  пересекает прямую  $AB$  в точке  $A'$ . Докажите, что  $A'C' \parallel AC$ . (Д. Швецов)

4. В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $60^\circ$ .  $BB_1$  – биссектриса. Описанная окружность треугольника  $ABB_1$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $A_0$ . Описанная окружность треугольника  $CBB_1$  пересекает сторону  $BA$  в точке  $C_0$ . Докажите, что центр описанной окружности треугольника  $A_0B_1C_0$  лежит на  $BB_1$ . (Д. Швецов)

5. В последовательности  $a_1, a_2, \dots$  целых чисел есть бесконечно много положительных и бесконечно много отрицательных членов. Для каждого  $n$  числа  $a_1, a_2, \dots, a_n$  дают попарно различные остатки при делении на  $n$ . Сколько раз в последовательности встречается число 2016?

6. Строки доски  $25 \times 25$  пронумерованы от 1 до 25 сверху вниз. На доске стоит один слон, Петя и Вася по очереди передвигают его, при этом Петя передвигает его на любое количество клеток по диагонали вправо-вниз, а Вася – на любое количество клеток по диагонали влево-вниз. За каждый ход игрок получает столько очков, каков номер строки, на которую он поставил слона. Сначала слон стоял в левом верхнем углу, а в конце – в левом нижнем углу. Какой может быть разница набранных очков Пети и Васи? (Е. Бакаев)

7. Сто художников писали портреты друг друга. Каждый написал 75 портретов. Докажите, что найдутся три художника, каждый из которых изобразил двух других. (С. Берлов)

8. Дан квадратный трехчлен  $f(x)$ . Известно, что уравнение  $f(x^2 + 10) = f(x)$  имеет единственный корень. Какой?

Источник: [www.ashap.info/Turniry/Savin/index.html](http://www.ashap.info/Turniry/Savin/index.html)