Турнир им. А.П.Савина, 2016 год

Командная олимпиада

6 класс

Первый тур

6.1. Прятки *(Е. Бакаев)*

Пятеро малышей играли в прятки в двух комнатах, соединенных дверью. Миша сразу спрятался в шкафу около этой двери и слышал, что кто-то пробегал через дверь 93 раза. Сначала все находились в левой комнате. В конце Даня и Рита нашлись в правой комнате, а Юра в левой комнате. В какой комнате прячется Женя – в левой или в правой?

6.2. Переправа *(А. Шаповалов)*

Восемь друзей сидели за круглым столом, и каждый поругался с обоими соседями, объявив их врагами. Они пошли к реке, где есть двухместная лодка. Смогут ли они все переправиться на другой берег так, чтобы в любой момент у каждого вместе с ним на берегу или в лодке друзей было больше, чем врагов?

6.3. Кола *(Е. Бакаев)*

Кола продается в бутылках по 1 литру, 0,75 литра и 0,5 литра. Петя и Вася купили 4 литра колы. Можно ли гарантировать, что купленную колу можно разделить поровну на двоих, не открывая бутылок?

Второй тур

6.4. Стозначное число *(Д. Шноль)*

Стозначное число делится как на сумму своих цифр, так и на их произведение. Может ли среди его цифр присутствовать цифра 5?

6.5. Разные квадраты *(А. Шаповалов)*

На листке бумаги нарисовали 3 квадрата, размеры всех квадратов различаются. Все вершины этих квадратов отметили. Могло ли оказаться так, что отмечено меньше, чем 9 точек?

6.6. Вычитаем цифру *(А. Шаповалов)*

Вначале на доске записано число 2016. Каждым ходом число можно уменьшить на любую из его ненулевых цифр(например, из 2016 можно получить: 2016 – 2 = 2014, 2016 –1 = 2015 или 2016 – 6 = 2010). Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. Кто из них сможет выиграть, как бы ни играл соперник, если побеждает тот, кто после своего хода получит 0?

Третий тур

6.7. Тетрадь *(А. Хачатурян)*

Стопку из девятнадцати листов бумаги согнули пополам и сшили двумя маленькими скрепками так, что получилась тетрадка. На «обложке» Саша провел 4 вертикальные линии и несколько горизонтальных (от края до края, не задевая скрепок). Когда он разрезал тетрадку по этим линиям, она распалась на 2016 отдельных частей. Сколько горизонтальных линий провёл Саша?

6.8. На три части *(М. Волчкевич)*

Можно ли разрезать равносторонний треугольник на три части и сложить из них прямоугольный треугольник?

6.9. Шахматный турнир *(А. Блинков)*

В шахматном турнире участвовало 20 человек, которые в каждом туре разбивались на пары (пары не повторялись). Организаторы (для экономии средств) решили заканчивать турнир в тот момент, когда не найдется двух участников, набравших одинаковое количество очков. Какое наименьшее количество туров все равно придется провести? (*Победа – 1 очко, ничья – 0,5, поражение – 0*)

7 класс

Первый тур

7.1. Дистрибутивность наоборот *(А. Заславский, Б. Френкин)*

Положительные числа a, b и c удовлетворяют условию $a + bc = (a + b)(a + c)$. Докажите, что $b + ac = (b + a)(b + c)$.

7.2. Биссектрисы *(Д. Прокопенко)*

Точки N и M – середины параллельных сторон AD и BC четырехугольника $ABCD$ соответственно. Докажите, что если MA – биссектриса угла BMN, то MD – биссектриса угла CMN.

7.3. Кола *(Е. Бакаев)*

Кола продается в бутылках по 1 литру, 0,75 литра и 0,5 литра. Петя и Вася купили 8 литров колы. Можно ли гарантировать, что купленную колу можно разделить поровну на двоих, не открывая бутылок?

Второй тур

7.4. Стозначное число *(Д. Шноль)*

Стозначное число делится как на сумму своих цифр, так и на их произведение. Может ли среди его цифр присутствовать цифра 5?

7.5. Разные квадраты *(А. Шаповалов)*

На листке бумаги нарисовали 4 квадрата, размеры всех квадратов различаются. Все вершины этих квадратов отметили. Могло ли оказаться так, что отмечено меньше, чем 10 точек?

7.6. Вычитаем цифру *(А. Шаповалов)*

Вначале на доске записано число 2016. Каждым ходом число можно уменьшить на любую из его ненулевых цифр (например, из 2016 можно получить 2016 – 2 = 2014, 2016 –1 = 2015 или 2016 – 6 = 2010). Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. Кто из них сможет выиграть, как бы ни играл соперник, если проигрывает тот, кто после своего хода получит 0?

Третий тур

7.7. Тетрадь *(А. Хачатурян)*

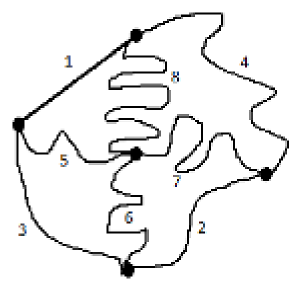
Стопку из девятнадцати листов бумаги согнули пополам и сшили двумя маленькими скрепками так, что получилась тетрадка. На «обложке» Саша нарисовал вертикальные и горизонтальные линии (от края до края, не задевая скрепок). Когда он разрезал тетрадку по этим линиям, она распалась на 2016 отдельных частей. Какое наименьшее количество линий мог провести Саша?

7.8. Прямоугольный треугольник *(Е. Бакаев)*

В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла проведена биссектриса CL. На стороне AC отмечена точка K так, что угол CLK – прямой. Оказалось, что $AK = BC$. Найдите углы треугольника ABC.

7.9. Патруль с самокатом *(А. Шаповалов)*

Двоим патрульным с одним самокатом поручено «прочесать» 8 дорог, длины которых (в км) обозначены на схеме (см. рисунок). По каждому участку достаточно пройти или проехать одному патрульному. Патрульный покрывает за минуту 100 метров пешком или 200 метров на самокате. Они могут стартовать из разных точек, и договорились, что каждый часть участков «прочешет» пешком, а часть – на самокате, передав его при встрече. За какое наименьшее время они смогут выполнить задание?



8 класс

Первый тур

8.1. Корни уравнений *(А. Блинков)*

Известно, что уравнение $bx^2 + a = 0$ имеет хотя бы один корень, а уравнение $cx^2 + b = 0$ корней не имеет. Имеет ли корни уравнение $ax^2 + bx + c = 0$?

8.2. Окружность в квадрате *(М. Волчкевич)*

В квадрат $ABCD$ вписана окружность, которая касается сторон AB и AD в точках K и M соответственно. Прямая CK вторично пересекает окружность в точке N. Найдите угол BMN.

8.3. Короли на доске *(Е. Бакаев)*

Из доски размером 8×8 вырезали 4 угловые клетки. Какое наибольшее количество не бьющих друг друга королей можно поставить на получившуюся доску?

Второй тур

8.4. Сумма и произведение *(М. Евдокимов)*

На доске записано несколько различных целых чисел, сумма которых равна нулю. Может ли произведение этих чисел равняться 2016?

8.5. Шестиугольник *(М. Евдокимов)*

В равностороннем выпуклом шестиугольнике шесть диагоналей между собой равны. Обязательно ли равны между собой все его углы?

8.6. Вычитаем цифру *(А. Шаповалов, А. Грибалко)*

Вначале на доске записано число 2016. Каждым ходом число можно уменьшить на любую из его ненулевых цифр. Вася называет любое натуральное число N от 1 до 2000, после чего Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. Выигрывает тот, кто после своего хода получит число, меньшее N. Может ли Вася назвать такое N, для которого он гарантированно выиграет?

Третий тур

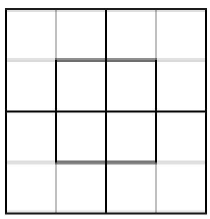
8.7. Кола *(Е. Бакаев)*

Кола продается в бутылках по 1 литру, 0,75 литра и 0,5 литра. Петя и Вася купили n литров колы. При каких целых n можно гарантировать, что купленную колу они смогут разделить поровну на двоих, не открывая бутылок?

8.8. Треугольник *(Е. Бакаев)*

Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. На сторонах AC и BC отмечены точки K и L соответственно так, что $AK = BH$ и $BL = AH$, M – середина отрезка KL. Докажите, что угол AMB – прямой.

8.9. Патруль с велосипедом *(А. Шаповалов)*



На сетке кварталов со стороной квадратика 100 м отмечены несколько участков улиц (см. рисунок). Двое патрульных с велосипедом должны их «прочесать». По каждому участку достаточно пройти или проехать одному патрульному. Патрульный покрывает за минуту 100 метров пешком или 300 метров на велосипеде. Они могут стартовать из разных точек, и договорились, что каждый из них часть участков «прочешет» пешком, а часть – на велосипеде, передав его при встрече. За какое наименьшее время они смогут выполнить задание?

Источник: www.ashap.info/Turniry/Savin/index.html