

Математический квадрат

6 класс. Логика

1. У Васи 100 монет, некоторые из них достоинством 1 рубль, некоторые — 5 рублей. Известно, что хотя бы одна монета пятирублевая, а из любых двух монет хотя бы одна — рублевая. Сколько денег у Васи?
2. Коля, Боря, Вова и Юра заняли первые четыре места в соревновании, причем никакие два мальчика не делили между собой какие-нибудь места. На вопрос, кто какое место занял, Коля ответил: «Ни первое, ни четвертое»; Боря сказал: «Второе», а Вова заметил, что он был не последним. Все сказали правду. Какое место занял каждый из мальчиков?
3. На школьной дискотеке Василий, Николай, Владимир и Алексей, все из разных классов, танцевали с девочками, но каждый танцевал не со своей одноклассницей. Лена танцевала с Василием, Аня — с одноклассником Наташи, Николай — с одноклассницей Владимира, а Владимир — с Олей. Кто с кем учится в одном классе?
4. На вопрос: «Сколько вам лет?» марсианки переглянулись. Одна из них улыбнулась и сказала: «Ми недавно исполнилось 22 месяца, а вот Ме постарше, ей 21 миллион лет». Вторая тоже улыбнулась: « На самом деле Ми — 21 миллион лет, а вот Мо всего 19 тысяч лет». И здесь рассмеялась третья: «Мо в действительности всего 18 недель, 21 миллион лет на самом деле Ма». А четвертая честно сообщила, что ровесниц среди них нет, и в каждом ответе возраст только одной из марсианок назван верно. Определите возраст каждой.
5. На острове живет племя лжецов, которые всегда лгут, племя хитрецов, которые говорят правду или ложь по своему желанию, и племя рыцарей, которые всегда говорят правду. Однажды 10 аборигенов спросили, который час. Шестеро ответили «час дня», остальные — «полвторого». На тот же вопрос, заданный через полчаса, двое ответили «два часа дня», остальные — «полтретьего». Еще через полчаса четверо сказали — «три часа дня», остальные — «полчетвертого». Сколько хитрецов могло быть среди опрошенных, если известно, что каждый из них сказал правду ровно один раз?

Математический квадрат

6 класс. Комбинаторика

1. Сколько есть двузначных чисел, у которых цифра десятков отличается от цифры единиц более чем на 2?
2. Сколькими способами можно разбить на пары числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 так, чтобы разности большего и меньшего чисел во всех парах были одинаковы?
3. В десятичной записи числа 5876 использованы четыре последовательные цифры. Сколько всего существует таких четырёхзначных чисел?
4. Сколькими способами можно уравновесить чаши весов используя гири в 1, 2, 3, 5, 8, 13? Каждая из них ровно в одном экземпляре. Не обязательно использовать все из них, но хотя бы одна из них должна быть. Способы, отличающиеся только чашами, считать одинаковыми.
5. Очень умные Петя и Вася выписывают четырёхзначные числа. Петя выписывает такие числа, у которых первая цифра равна сумме трёх других, а Вася такие, у которых последняя цифра равна сумме трёх других. Кто выпишет больше чисел и на сколько?

Математический квадрат

6 класс. Текстовые задачи

1. Из литра молока получается 150 мл сливок, а из литра сливок получают 300 г масла. Сколько килограммов масла получится из 100 л молока?
2. В советские времена у школьника было несколько монет по 15 коп. и по 20 коп. Пятую часть всех денег он истратил, заплатив двумя монетами за билет в кино. Половину оставшихся денег он потратил на обед, заплатив за него тремя монетами. Сколько монет было у школьника изначально? Укажите все возможности.
3. Леша и Гоша вскапывали на огороде грядку. Они начали работу с противоположных концов грядки, двигаясь навстречу друг другу. Гоша копал в два раза быстрее, чем Леша, но зато после каждого вскопанного метра устраивал перерыв на 20 минут, а Леша копал хоть и медленно, но без перерывов. Через 2 часа после начала работы Леша добрался до середины грядки и обнаружил там выполнившего свою половину работы Гошу. Чему равна длина грядки?
4. Николаю сейчас втрое больше лет, чем было его сестре в тот момент, когда она была вдвое моложе его. Сколько лет сейчас Николаю, если через 25 лет ему и сестре вместе будет 95 лет?
5. В классе находятся учитель и ученики. Найдите число учеников, если известно, что возраст учителя на 24 года больше среднего возраста учеников и на 20 лет больше среднего возраста всех находящихся в классе.

Математический квадрат

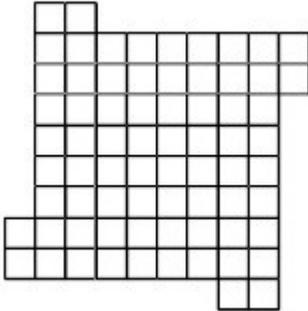
6 класс. Числа

1. В сумме $1,1 + 1,2 + 1,3 + 1,4 + 1,5 + 1,6 + 1,7 + 1,8 + 1,9$ хулиган Вася стер запя тую в одном слагаемом так, что сумма стала целой. Какое значение суммы могло получиться? Укажите все возможности.
2. В записи некоторого числа цифру «8» в разряде тысяч поменяли на «3», а цифру «7» в разряде единиц поменяли на «4». При делении нового числа (с исправленными цифрами) на 57 в частном получилось 241, а в остатке 37. Найдите первоначальное число.
3. Натуральное число будем считать «замечательным», если при увеличении его на 2 сумма цифр полученного числа в два раза меньше суммы цифр исходного числа. Найдите все «замечательные» двузначные числа.
4. Найдите наименьшее натуральное число, оканчивающееся на 34, делящееся на 34, сумма цифр которого равна 34.
5. Найдите три натуральных числа таких, что произведение двух из них равно третьему, при этом в их записи использованы только цифры от 1 до 9 и ровно по одному разу.

Математический квадрат

6 класс. Геометрия

1. Разрежьте прямоугольник 3×9 на восемь квадратов.
2. Прямоугольник, у которого одна из сторон втрое длиннее другой, разрезали на одинаковые квадратики. Оказалось, что сумма их периметров в 6 раз больше периметра исходного прямоугольника. Сколько могло получиться квадратиков?
3. Нарисуйте восемь точек и соедините их отрезками так, чтобы отрезки не пересекались и каждая точка была бы вершиной ровно четырёх отрезков.
4. Веревку согнули втрое, потом снова втрое, после чего сделали разрез (не совпадающий с линиями сгибов). Веревка распалась на куски, длины двух из которых оказались равны 2 см и 6 см. Найдите возможную длину веревки.
5. Разрежьте фигуру, показанную на рисунке, на 6 равных частей, делая разрезы по сторонам клеток.



Математический квадрат

6 класс. Ответы

Логика

1. Ответ: 104 рубля.
2. Ответ: 1 место — Вова, 2 место — Боря, 3 место — Коля, 4 место — Юра.
3. Ответ: одноклассниками являются Василий и Оля, Николай и Наташа, Владимир и Анна, Алексей и Лена.
4. Ответ: Ми — 22, Мо — 19, Ма — 21, Ме — 18.
5. Ответ: 0 или 6.

Комбинаторика

1. Ответ: 49.
2. Ответ: 3 способа.
3. Ответ: $3 \cdot 3! + 6 \cdot 4! = 162$.
4. Ответ: 8 способов.
5. Ответ: Петя выпишет больше на 54 числа.

Текстовые задачи

1. Ответ: 4,5 кг масла.
2. Ответ: 8 или 9.
3. Ответ: 6 метров.
4. Ответ: 27.
5. Ответ: 5.

Числа

1. Ответ: 27.
2. Ответ: 18777.
3. Ответ: 68, 59.
4. Ответ: 198934.
5. Ответ: $4 \cdot 1963 = 7852$ — иные варианты проверять!

Математический квадрат

Геометрия

1. Ответ: один из вариантов показан на рисунке 1.
2. Ответ: 48.
3. Ответ: схема показана на рисунке 2.
4. Ответ: 36 см, 45 см, 56 см, 72 см.
5. Ответ: способ показан на рисунке 3.

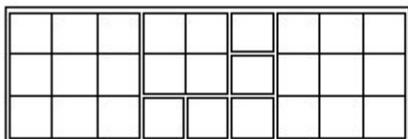


Рис. 1

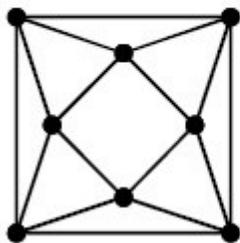


Рис. 2

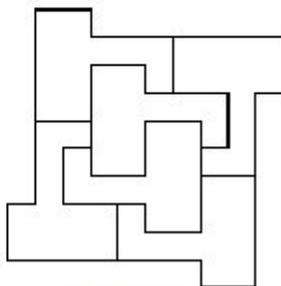


Рис. 3

Математический квадрат

7 класс. Логика

1. На вопрос о возрасте её троих детей мама ответила: «Пете и Коле вместе 19 лет, Пете и Ане вместе 14 лет, а младшим вместе 7 лет». Сколько лет каждому?
2. Среди 300 человек есть 100 Петь, 100 Колей и 100 Васей. После того, как каждому задали вопрос, как его зовут, получилось 100 ответов «Петя», 100 ответов «Коля» и 100 ответов «Вася». Известно, что ровно 80 Петей и ровно половина Колей всегда лгут, а остальные Петей и Колей всегда говорят правду. Какое наибольшее число Васей могут быть кристально честными?
3. На школьной дискотеке Валентин, Николай, Владимир и Алексей, все из разных классов, танцевали с девочками, но каждый танцевал не со своей одноклассницей. Лена танцевала с Валентином, Аня — с одноклассником Колей, Николай — с одноклассницей Владимира, а Владимир — с Олей. Кто с кем учится в одном классе?
4. На вопрос: «Сколько вам лет?» марсианки переглянулись. Одна из них улыбнулась и сказала: «Ми недавно исполнилось 22 месяца, а вот Ме постарше, ей 21 миллион лет». Вторая тоже улыбнулась: « На самом деле Ми — 21 миллион лет, а вот Мо всего 19 тысяч лет». И здесь рассмеялась третья: «Мо в действительности всего 18 недель, 21 миллион лет на самом деле Ма». А четвертая честно сообщила, что ровесниц среди них нет, и в каждом ответе одно высказывание верно, а другое — нет. Определите возраст каждой.
5. На острове живет племя лжецов, которые всегда лгут, племя хитрецов, которые говорят правду или ложь по своему желанию, и племя рыцарей, которые всегда говорят правду. Однажды 10 аборигенов спросили, который час. Шестеро ответили «час дня», остальные — «полвторого». На тот же вопрос, заданный через полчаса, двое ответили «два часа дня», остальные — «полтретьего». Еще через полчаса четверо сказали — «три часа дня», остальные — «полчетвертого». Сколько хитрецов могло быть среди опрошенных, если известно, что каждый из них сказал правду ровно один раз?

Математический квадрат

7 класс. Геометрия

1. Треугольник ABC — прямоугольный, в нем $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = 34^\circ$. Найдите угол между медианой из вершины B и биссектрисой угла C .
2. Найдите углы треугольника ABC , в котором $AB = BC$, а высота AH вдвое короче биссектрисы AK .
3. На стороне AC равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$) выбраны точки D и E (точка D лежит между точками A и E). Оказалось, что $DE = BE$ и $\angle CBE = \angle DBA$. Чему может быть равен угол DBC ?
4. Из вершины B равнобедренного треугольника ABC проведены отрезки к основанию AC , разбивающие его на три неравных равнобедренных треугольника. Найдите углы исходного треугольника.
5. Дан равнобедренный треугольник ABC , $AB = AC$. Биссектриса угла B пересекает отрезок AC в точке D и $BC = BD + AD$. Найдите величину угла A .

Математический квадрат

7 класс. Текстовые задачи

1. Вася дружит с 12 девочками из своего класса, а Петя — только с 10 девочками. Среди друзей любых четырёх девочек есть все мальчики класса. Сколько в классе может быть девочек?
2. По круговому треку длиной 500 метров гоняют в одном направлении два велосипедиста, скорость первого — 21 м/сек, скорость второго — 27 м/сек. Стартовали они одновременно из одной точки, а финишировали через 20 минут. На каком расстоянии друг от друга точки финиша? (Расстояние между точками на окружности — дуга меньшей из двух дуг, соединяющих точки).
3. В коробке лежит 40 карандашей. Число синих карандашей в 4 раза больше числа зеленых, а число красных карандашей делится на число зеленых. Если в коробку добавить 22 синих карандаша, то их станет в 5 раз больше красных. Сколько лежит в коробке карандашей цвета, отличного от красного, синего и зеленого?
4. Город разбит на 50 кварталов, каждый из которых имеет периметр 400 метров. По внешним сторонам кварталов проходит шоссе. Турист прошел шоссе за 1,5 часа. Узнав в справочнике суммарную длину всех улиц города, он установил, что смог бы пройти такое расстояние с такой же скоростью за 4,25 часа. Как быстро шел турист?
5. Команда из Пети, Васи и одноместного самоката участвует в гонке. Дистанция разделена на участки одинаковой длины, их количество равно 42, в начале каждого — контрольный пункт. Петя пробегает участок за 9 мин., Вася — за 11 мин., а на самокате любой из них проезжает участок за 3 мин. Стартуют они одновременно, а на финише учитывается время того, кто пришел последним. Ребята договорились, что один проезжает первую часть пути на самокате, остаток бегом, а другой — наоборот (самокат можно оставить на любом контрольном пункте). Сколько участков Петя должен проехать на самокате, чтобы команда показала наилучшее время?

Математический квадрат

7 класс. Комбинаторика

1. Сколькими способами можно выбрать из чисел от 1 до 100 два числа, разность которых равна 7, а произведение делится на 5?
2. В десятичной записи числа 59876 использованы 5 последовательных цифр. А сколько всего существует таких пятизначных чисел?
3. Сколькими способами можно уравновесить чаши весов используя гири в 1, 2, 3, 5, 8, 13? Каждая из них ровно в одном экземпляре. Не обязательно использовать все из них, но хотя бы одна из них должна быть. Способы, отличающиеся только чашами, считать одинаковыми.
4. В числе изменили одну цифру, а затем, возможно, переставили цифры местами. Из скольких четырехзначных чисел могли получить число 2010? Например, 2010 может получиться из чисел 9010, 9210. Четырехзначное число не может начинаться с нуля, но промежуточный вариант после замены может.
5. Найдите количество способов расставить 8 ладей на шахматной доске 8×8 так, чтобы все клетки доски оказались под боем этих ладей.

Математический квадрат

7 класс. Найдите числа

1. В пятиклеточном кресте расставили цифры так, чтобы по вертикали получилась степень пятерки, а по горизонтали степень двойки. Чему может быть равна сумма всех чисел в кресте?
2. Пусть N — наименьшее целое число с суммой цифр 2015. Какова сумма цифр числа $N + 2016$?
3. Найдите наименьшее натуральное число, оканчивающееся на 34, делящееся на 34, сумма цифр которого равна 34.
4. Натуральное число будем считать замечательным, если при увеличении его на 2 сумма цифр полученного числа в два раза меньше суммы цифр исходного числа. Сколько замечательных трехзначных чисел?
5. Найдите три натуральных числа таких, что произведение двух из них равно третьему, при этом в их записи использованы только цифры от 1 до 9 и ровно по одному разу.

Математический квадрат

7 класс. Ответы

Логика

1. Ответ: Пете 13 лет, Коле 6 лет, Ане 1 год.
2. Ответ: 70.
3. Ответ: одноклассниками являются Валентин и Оля, Николай и Наташа, Владимир и Анна, Александр и Лена.
4. Ответ: Ми — 22, Мо — 19, Ма — 21, Ме — 18.
5. Ответ: 0 или 6.

Геометрия

1. Ответ: 84° (или смежный угол, равный 96°).
2. Ответ: 20° , 20° и 140° .
3. Ответ: 60° .
4. Ответ: 20° , 20° и 140° .
5. Ответ: 100° .

Текстовые задачи

1. Ответ: 12 или 13.
2. Ответ: 200 метров.
3. Ответ: 24.
4. Ответ: 2 км/ч.
5. Ответ: 18.

Комбинаторика

1. Ответ: 37.
2. Ответ: $4 \cdot 4! + 5 \cdot 5! = 696$.
3. Ответ: 8 способов.
4. Ответ: 242.
5. Ответ: $2 \cdot 8^8 - 8!$.

Турнир им. А.П.Савина, 2016 год

Математический квадрат

Найдите числа

1. Ответ: 17 или 22.
2. Ответ: 17.
3. Ответ: 198934.
4. Ответ: 11.
5. Ответ: $4 \cdot 1963 = 7852$ — иные варианты проверять!

Математический квадрат

8 класс. Найдите числа

1. В пятиклеточном кресте расставили цифры так, чтобы по вертикали получилась степень пятерки, а по горизонтали степень двойки. Чему может быть равна сумма всех чисел в кресте?
2. Пусть N — наименьшее целое число с суммой цифр 2015. Какова сумма цифр числа $N + 2016$?
3. На доске выписаны в ряд 2016 чисел. Первое из них равно 7, а каждое следующее равно сумме цифр квадрата предыдущего числа, увеличенной на 1. Какое число стоит на последнем месте?
4. Натуральное число будем считать замечательным, если при увеличении его на 2 сумма цифр полученного числа в два раза меньше суммы цифр исходного числа. Сколько замечательных трехзначных чисел?
5. На доске выписаны числа 1, 2, ..., 1000. На каждом этапе одновременно стираются все числа, имеющие среди нестертых чисел ровно один делитель (например, на первом этапе стирается только число 1). Какие числа будут стерты на последнем этапе?

Математический квадрат

8 класс. Геометрия

1. Найдите стороны прямоугольного треугольника, если известно, что проекция одного катета на гипотенузу равна 6 см, а проекция другого катета на 1,5 см меньше длины этого катета.
2. Внутри n -угольника взяли 5 точек и соединили их и вершины n -угольника между собой непересекающимися отрезками так, что n -угольник разбился на 26 треугольников. Найдите n .
3. Дан равнобедренный треугольник ABC , $AB = AC$. Биссектриса угла B пересекает отрезок AC в точке D и $BC = BD + AD$. Найдите величину угла A .
4. Нарисуйте семиугольник, который можно разбить на параллелограммы.
5. Четырехугольник $ABCD$ описан около окружности, $\angle A = \angle B = 120^\circ$, $\angle D = 90^\circ$, $BC = 1$. Найдите длину стороны AD .

Математический квадрат

8 класс. Комбинаторика

1. Сколькими способами можно выбрать из чисел от 1 до 100 два числа, разность которых равна 7, а произведение делится на 5?
2. В десятичной записи числа 59876 использованы 5 последовательных цифр. А сколько всего существует таких пятизначных чисел?
3. Сколькими способами можно уравновесить чаши весов используя гири в 1, 2, 3, 5, 8, 13? Каждая из них ровно в одном экземпляре. Не обязательно использовать все из них, но хотя бы одна из них должна быть. Способы, отличающиеся только чашами, считать одинаковыми.
4. В числе изменили одну цифру, а затем, возможно, переставили цифры местами. Из скольких четырехзначных чисел могли получить число 2010? Например, 2010 может получиться из чисел 9010, 9210. Четырехзначное число не может начинаться с нуля, но промежуточный вариант после замены может.
5. Найдите количество способов расставить 8 ладей на шахматной доске 8×8 так, чтобы все клетки доски оказались под боем этих ладей.

Математический квадрат

8 класс. Алгебра

1. Найдите все пары чисел $(a; b)$, для которых $a + b = ab = a : b$.
2. Дано уравнение $(a^2 - 4)(b - 1)x = (a - 2)(b^2 - 1)$. Первый игрок называет, чему равно число a . Второй называет число b , и выигрывает, если полученное уравнение не будет иметь корней. Какие числа позволяют первому игроку с гарантией выиграть?
3. Найдите члены пропорции $x_1 : x_2 = x_3 : x_4$, в которой первый член на 6 больше второго, а третий на 5 больше четвертого, а сумма квадратов всех членов равна 793.
4. Какое наибольшее значение может принимать сумма $x + y$, если $x^2 - xy + 2,5y^2 = 18$?
5. Натуральные не равные друг другу числа x и y таковы, что $x^3 + 7y = y^3 + 7x$. Чему может равняться сумма $x + y$?

Математический квадрат

8 класс. Графы

1. У царя Гвидона было три сына. Из его потомков 100 имели по два сына, а остальные умерли бездетными. Сколько потомков было у царя Гвидона?
2. Доска 8×8 разбита на 4 равные части. Какое наибольшее значение может принимать периметр одной из таких частей?
3. Каждый сотрудник фирмы выписывает две газеты, каждую газету выписывает пять человек и каждую пару газет выписывает ровно один человек. Сколько человек в фирме?
4. В трех государствах всего 40 городов. Каждый авиамаршрут соединяет два города из разных государств. Какое наибольшее количество авиамаршрутов может быть в таких государствах?
5. В стране 15 городов, некоторые из которых соединены авиалиниями, принадлежащими трем авиакомпаниям. Известно, что даже если одна из авиакомпаний прекратит полеты, можно будет из любого города добраться до любого другого (возможно с пересадками), пользуясь рейсами оставшихся двух компаний. Какое наименьшее количество авиалиний может быть в стране?

Математический квадрат

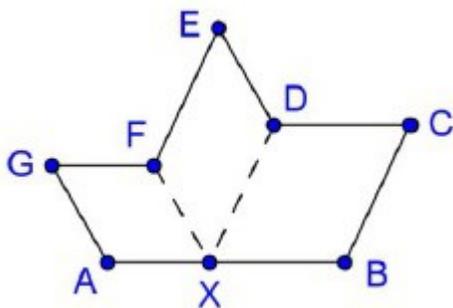
8 класс. Ответы

Найдите числа

1. Ответ: 17 или 22.
2. Ответ: 17.
3. Ответ: 8.
4. Ответ: 11.
5. Ответ: 512 и 768.

Геометрия

1. Ответ: 6,75, 2,25 и 4,52.
2. Ответ: $n = 18$.
3. Ответ: 100° .



4. Ответ: все такие семиугольники «устроены» так, как семиугольник $ABCDEFG$, показанный на рисунке.
5. Ответ: $3-1/2$.

Комбинаторика

Математический квадрат

1. Ответ: 37.
2. Ответ: $4 \cdot 4! + 5 \cdot 5!$.
3. Ответ: 8 способов.
4. Ответ: 242.
5. Ответ: $2 \cdot 8^8 - 8!$.

Алгебра

1. Ответ: $(0,5; -1)$.
2. Ответ: $a \neq -2$.
3. Ответ: $x_1 = 18, x_2 = 12, x_3 = 15, x_4 = 10$ и $x_1 = -12, x_2 = -18, x_3 = -10, x_4 = -15$.
4. Ответ: 6.
5. Ответ: 3.

Графы

1. Ответ: 203.
2. Ответ: 34.
3. Ответ: 15 сотрудников.
4. Ответ: 533.
5. Ответ: 21.