Турнир им. А.П.Савина, 2016 год

Командная олимпиада

6 класс

1. Элиза плела рубашки из крапивы с постоянной скоростью с утра до вечера. В конце шестого дня она плела пятую рубашку, а в конце седьмого – шестую. К концу тринадцатого дня она как раз закончила очередную рубашку. Какую по счёту? (*Б. Френкин, И. Раскина*)

2. Один из воров – Антон, Борис, Вовочка или Гриша – украл драгоценности. Каждый из них либо всегда говорит правду, либо является хитрецом, т.е. никогда не произносит два правдивых утверждения подряд. Всем им известно, кто виноват на самом деле. На допросе каждый сделал два утверждения.

Антон: «Борис – хитрец». «Вовочка или Гриша украл драгоценности».

Борис: «Вовочка – хитрец». «Гриша или Антон украл драгоценности».

Вовочка: «Гриша – хитрец». «Антон или Борис украл драгоценности».

Гриша: «Антон – хитрец». «Борис или Вовочка украл драгоценности».

Сколько из восьми утверждений являются правдивыми?

3. Петя и Вася по очереди выкладывают на доску 99х99 не перекрывающиеся доминошки, начинает Петя. Каждая доминошка покрывает две соседние клетки. Задача Васи – покрыть доминошками все клетки, кроме одной, задача Пети – помешать ему. Кто из них сможет выиграть, как бы ни играл соперник? (*А. Солынин*)

4. В классе 25 учеников. Каждый назвал число своих друзей среди одноклассников. Оказалось, что каждый ошибся в подсчётах ровно на 1 в ту или другую строну. Могла ли сумма названных чисел быть равной 100? (*А. Шаповалов*)

5. От шахматной доски отрезали угловой квадрат 2х2. Разрежьте полученную фигуру по линиям сетки на 6 равных (т.е. совпадающих при наложении) частей. (Части могут состоять из нескольких кусков.) (*А. Заславский*)

6. В коробке было 16 конфет четырёх видов – по четыре конфеты каждого вида. Их раздали восьмерым детям – по две конфеты каждому. Докажите, что какие-то двое детей получили либо четыре одинаковые конфеты, либо четыре попарно различные. (*А. Грибалко*)

7. Мальчик Вася умеет писать только цифры 1 и 2. Какое наименьшее натуральное число, делящееся на 2016, он сможет написать? (*М. Евдокимов*)

8. На клетчатой доске 10х10 расставлено 10 одноклеточных кораблей по правилам «Морского боя» (т.е. корабли не соприкасаются даже углами). Какое наименьшее количество выстрелов надо сделать, чтобы гарантированно уничтожить хотя бы один из них? (*Е. Бакаев*)

7 класс

1. С соседних островов озера одновременно поплыли навстречу друг другу шлюпка и галера. За время от их старта до встречи бабушка пирата как раз связала синий шарфик. В другой раз, пока бабушка вязала красный шарфик, шлюпка успела проплыть 6 километров по течению реки, а галера – 8 километров против течения той же реки. Сколько километров между островами, если бабушка всегда вяжет шарфики одинаково быстро?

2. В треугольнике ABC $\angle A=10°$, $\angle B=100°$. На стороне AX взяли точки M и N так, что $\angle ABM = \angle NBX$, а $AM = MN$. Найдите $\angle MBN$.

3. Некоторые служащие конторы "Тоска" дружат между собой. Однажды на каждого служащего свалилось много дел. Но никто из них делать дела не способен. Вместо этого они ежедневно составляют список, сколько у кого дел. В конце рабочего дня каждый перекладывает по одному делу на каждого из своих друзей, у которых в этом списке дел было больше, чем у него. Если у кого-то таких друзей оказалось больше, чем дел, то он как попало выбирает, кому из них передать дело, а кому нет. Докажите, что рано или поздно служащие конторы прекратят перекладывать дела друг на друга.

4. В зале n учеников. Каждый назвал число своих друзей в этом зале. Оказалось, что каждый ошибся в подсчётах ровно на 1 в ту или другую строну, но чисел -1 и n никто не назвал. При каких n все названные числа могли оказаться попарно различными? (*А. Шаповалов*)

5. От квадрата 4x4 отрезали угловую клетку. Разрежьте полученную фигуру на 6 равных (т.е. совпадающих при наложении) частей. Части могут состоять из нескольких кусков. (*А. Заславский*)

6. В коробке было 16 конфет четырёх видов – по четыре конфеты каждого вида. Их раздали восьмерым детям – по две конфеты каждому. Докажите, что какие-то двое детей получили либо четыре одинаковые конфеты, либо четыре попарно различные. (*А. Грибалко*)

7. Мальчик Вася умеет писать только цифры 1 и 2. Какое наименьшее натуральное число, делящееся на 2016, он сможет написать? (*М. Евдокимов*)

8. На клетчатой доске 10x10 расставлено 10 одноклеточных кораблей по правилам «Морского боя» (т.е. корабли не соприкасаются даже углами). Какое наименьшее количество выстрелов надо сделать, чтобы гарантированно уничтожить хотя бы один из них ? (*Е. Бакаев*)

8 класс

1. Дана функция $f(\mathrm{x})=\frac{x^3}{1-3x+3x^2}$. Найдите сумму значений этой функции при $x=\frac{1}{2016}$, $\frac{2}{2016}$,..., $\frac{2015}{2016}$.

2. В остроугольном треугольнике ABC AH_a и BH_b – высоты. Точки X и Y симметричны H_a и H_b относительно середин сторон BC и CA соответственно. Докажите, что прямая CO делит отрезок XY пополам.

3. Некоторые служащие конторы "Тоска" дружат между собой. Однажды на каждого служащего свалилось много дел. Но никто из них делать дела не способен. Вместо этого они ежедневно составляют список, сколько у кого дел. В конце рабочего дня каждый перекладывает по одному делу на каждого из своих друзей, у которых в этом списке дел было больше, чем у него. Если у кого-то таких друзей оказалось больше, чем дел, то он как попало выбирает, кому из них передать дело, а кому нет. Докажите, что рано или поздно служащие конторы прекратят перекладывать дела друг на друга.

4. В зале n учеников. Каждый назвал число своих друзей в этом зале. Оказалось, что каждый ошибся в подсчётах ровно на 1 в ту или другую строну, но чисел -1 и n никто не назвал. При каких n все названные числа могли оказаться попарно различными? (*А. Шаповалов*)

5. Внутри треугольника со сторонами a, b, c отметили точку и провели из нее три отрезка, параллельные сторонам. Треугольник разбился на три трапеции с равными большими основаниями. Найти длину этого основания. (*А. Шаповалов*)

6. 16 точек делят окружность на 16 одинаковых дуг. Точки раскрасили в четыре цвета – по четыре точки в каждый цвет. Докажите, что найдётся прямоугольник с вершинами в данных точках, все вершины которого раскрашены либо в один цвет, либо в четыре цвета.

7. Мальчик Вася умеет писать только цифры 1 и 2. Какое наименьшее натуральное число, делящееся на 2016, он сможет написать? (*М. Евдокимов*)

8. На клетчатой доске 10x10 расставлено 10 одноклеточных кораблей по правилам «Морского боя» (т.е. корабли не соприкасаются даже углами). Какое наименьшее количество выстрелов надо сделать, чтобы гарантированно уничтожить хотя бы один из них? (*Е. Бакаев*)

Источник: **www.ashap.info/Turniry/Savin/index.html**