XVIII Устная математическая олимпиада для 6–7 классов.

7 класс I тур

1. ДРОБИ. Петя записал четыре дроби, сумма которых равна 1. У каждой из них числитель 1, а знаменатель — натуральное число. То же самое сделал и Вася. Могут ли все восемь дробей оказаться попарно различными?

2. ПАЛОЧКИ. Шесть палочек таковы, что из любых трёх можно составить контур треугольника. Обязательно ли из них можно составить контур треугольника, у которого одна сторона состоит из одной палочки, вторая — из двух палочек, а третья — из трёх?

3. СТИРАНИЕ ЧИСЕЛ. На доске записаны подряд в строку числа 1, 2, ..., 10. Разрешается из двух соседних чисел стереть левое, если разность между ними нечётная, или правое, если эта разность чётная. Может ли после девяти таких операций на доске остаться число 1?

XVIII Устная математическая олимпиада для 6–7 классов.

7 класс I тур

1. ДРОБИ. Петя записал четыре дроби, сумма которых равна 1. У каждой из них числитель 1, а знаменатель — натуральное число. То же самое сделал и Вася. Могут ли все восемь дробей оказаться попарно различными?

2. ПАЛОЧКИ. Шесть палочек таковы, что из любых трёх можно составить контур треугольника. Обязательно ли из них можно составить контур треугольника, у которого одна сторона состоит из одной палочки, вторая — из двух палочек, а третья — из трёх?

3. СТИРАНИЕ ЧИСЕЛ. На доске записаны подряд в строку числа 1, 2, ..., 10. Разрешается из двух соседних чисел стереть левое, если разность между ними нечётная, или правое, если эта разность чётная. Может ли после девяти таких операций на доске остаться число 1?

XVIII Устная математическая олимпиада для 6–7 классов.

7 класс I тур

1. ДРОБИ. Петя записал четыре дроби, сумма которых равна 1. У каждой из них числитель 1, а знаменатель — натуральное число. То же самое сделал и Вася. Могут ли все восемь дробей оказаться попарно различными?

2. ПАЛОЧКИ. Шесть палочек таковы, что из любых трёх можно составить контур треугольника. Обязательно ли из них можно составить контур треугольника, у которого одна сторона состоит из одной палочки, вторая — из двух палочек, а третья — из трёх?

3. СТИРАНИЕ ЧИСЕЛ. На доске записаны подряд в строку числа 1, 2, ..., 10. Разрешается из двух соседних чисел стереть левое, если разность между ними нечётная, или правое, если эта разность чётная. Может ли после девяти таких операций на доске остаться число 1?

XVIII Устная математическая олимпиада для 6–7 классов.

7 класс II тур

4. СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА. Можно ли расставить по кругу цифры от 1 до 9 так, чтобы любые две цифры, стоящие подряд, если их прочитать как по часовой, так и против часовой стрелки, образовывали составное двузначное число?

5. ШЕСТИУГОЛЬНИК. Существует ли равносторонний шестиугольник с вершинами в узлах клетчатой решётки, который можно разрезать на равносторонние восьмиугольники, вершины которых также находятся в узлах решетки?

6. ИГРА НА ПОЛОСКЕ. Прямоугольная полоска шириной в одну клетку имеет длину более трёх клеток. На каждой из трёх крайних слева клетках стоит фишка. Двое играют в следующую игру. Каждый игрок своим ходом может перенести любую фишку на любую свободную клетку вправо. Ходят по очереди, проигрывает тот, кто не сможет сделать очередной ход. Кто сможет выиграть, как бы ни играл соперник?

XVIII Устная математическая олимпиада для 6–7 классов.

7 класс II тур

4. СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА. Можно ли расставить по кругу цифры от 1 до 9 так, чтобы любые две цифры, стоящие подряд, если их прочитать как по часовой, так и против часовой стрелки, образовывали составное двузначное число?

5. ШЕСТИУГОЛЬНИК. Существует ли равносторонний шестиугольник с вершинами в узлах клетчатой решётки, который можно разрезать на равносторонние восьмиугольники, вершины которых также находятся в узлах решетки?

6. ИГРА НА ПОЛОСКЕ. Прямоугольная полоска шириной в одну клетку имеет длину более трёх клеток. На каждой из трёх крайних слева клетках стоит фишка. Двое играют в следующую игру. Каждый игрок своим ходом может перенести любую фишку на любую свободную клетку вправо. Ходят по очереди, проигрывает тот, кто не сможет сделать очередной ход. Кто сможет выиграть, как бы ни играл соперник?

XVIII Устная математическая олимпиада для 6–7 классов.

7 класс II тур

4. СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА. Можно ли расставить по кругу цифры от 1 до 9 так, чтобы любые две цифры, стоящие подряд, если их прочитать как по часовой, так и против часовой стрелки, образовывали составное двузначное число?

5. ШЕСТИУГОЛЬНИК. Существует ли равносторонний шестиугольник с вершинами в узлах клетчатой решётки, который можно разрезать на равносторонние восьмиугольники, вершины которых также находятся в узлах решетки?

6. ИГРА НА ПОЛОСКЕ. Прямоугольная полоска шириной в одну клетку имеет длину более трёх клеток. На каждой из трёх крайних слева клетках стоит фишка. Двое играют в следующую игру. Каждый игрок своим ходом может перенести любую фишку на любую свободную клетку вправо. Ходят по очереди, проигрывает тот, кто не сможет сделать очередной ход. Кто сможет выиграть, как бы ни играл соперник?

XVIII Устная математическая олимпиада для 6–7 классов.

7 класс III тур

7. ПРОГУЛКА. Два джентльмена прогуливаются по бульвару. Они одновременно начинают прогулку в одном из концов и идут каждый со своей постоянной скоростью. Дойдя до конца бульвара, джентльмен мгновенно разворачивается и с той же скоростью идёт обратно. Встретившись в третий раз, джентльмены заметили, что друг друга они не обгоняли, а расстояние от третьей точки встречи до каждой из двух первых равно 200 м. Сколько пройдёт каждый из джентльменов до следующей встречи?

8. КВАДРАТ И ТРЕУГОЛЬНИК. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки E и F соответственно так, что AEF — равносторонний треугольник. Точка M — середина отрезка AE. Докажите, что $CM = AB$.

9. ВСТРЕЧИ. Компания из десяти человек провела ряд встреч. На каждой встрече присутствовали пять человек из этих десяти. Никакие два человека не встречались более двух раз. Какое наибольшее количество встреч могло быть?

XVIII Устная математическая олимпиада для 6–7 классов.

7 класс III тур

7. ПРОГУЛКА. Два джентльмена прогуливаются по бульвару. Они одновременно начинают прогулку в одном из концов и идут каждый со своей постоянной скоростью. Дойдя до конца бульвара, джентльмен мгновенно разворачивается и с той же скоростью идёт обратно. Встретившись в третий раз, джентльмены заметили, что друг друга они не обгоняли, а расстояние от третьей точки встречи до каждой из двух первых равно 200 м. Сколько пройдёт каждый из джентльменов до следующей встречи?

8. КВАДРАТ И ТРЕУГОЛЬНИК. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки E и F соответственно так, что AEF — равносторонний треугольник. Точка M — середина отрезка AE. Докажите, что $CM = AB$.

9. ВСТРЕЧИ. Компания из десяти человек провела ряд встреч. На каждой встрече присутствовали пять человек из этих десяти. Никакие два человека не встречались более двух раз. Какое наибольшее количество встреч могло быть?

XVIII Устная математическая олимпиада для 6–7 классов.

7 класс III тур

7. ПРОГУЛКА. Два джентльмена прогуливаются по бульвару. Они одновременно начинают прогулку в одном из концов и идут каждый со своей постоянной скоростью. Дойдя до конца бульвара, джентльмен мгновенно разворачивается и с той же скоростью идёт обратно. Встретившись в третий раз, джентльмены заметили, что друг друга они не обгоняли, а расстояние от третьей точки встречи до каждой из двух первых равно 200 м. Сколько пройдёт каждый из джентльменов до следующей встречи?

8. КВАДРАТ И ТРЕУГОЛЬНИК. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки E и F соответственно так, что AEF — равносторонний треугольник. Точка M — середина отрезка AE. Докажите, что $CM = AB$.

9. ВСТРЕЧИ. Компания из десяти человек провела ряд встреч. На каждой встрече присутствовали пять человек из этих десяти. Никакие два человека не встречались более двух раз. Какое наибольшее количество встреч могло быть?