

## Геометрия

1. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Точка  $O$  — центр описанной окружности треугольника  $ABC$ . Докажите, что площади треугольников  $AOB_1$  и  $BOA_1$  равны.

(фольклор)

2. Даны концентрические окружности  $\omega$  и  $\gamma$ , причем  $\gamma$  лежит внутри  $\omega$ . На окружности  $\omega$  выбрана произвольная точка  $O$ , из которой проведены касательные  $OA$  и  $OB$  к окружности  $\gamma$ . Окружность с центром в точке  $O$  и радиусом  $OA$  пересекает окружность  $\omega$  в точках  $C$  и  $D$ . Докажите, что прямая  $CD$  содержит среднюю линию треугольника  $OAB$ .

(Ф. Ивлев)

3. При каких  $a > 1$  существует выпуклый многогранник, отношение площадей любых двух граней которого больше  $a$ ?

(А. Шаповалов)

4. Пусть  $H$ ,  $I$  и  $O$  — соответственно точка пересечения высот, центры вписанной и описанной окружностей остроугольного треугольника  $ABC$ . Докажите, что  $\angle AIH = 90^\circ$  тогда и только тогда, когда  $OI \parallel BC$ .

(Ф. Ивлев, решила Ю. Зайцева)