VI командно-личный турнир «Математическое многоборье»

4–9 ноября 2013 года г. Москва

Младшая лига

Геометрия

1. На сторонах AC и BC треугольника ABC лежат точки D и E соответственно, такие, что $\angle ABD = \angle CBD = \angle CAE$. Кроме того, $\angle ACB = \angle BAE$. Обозначим через F точку пересечения BD и AE. Докажите, что $AF = DE$.

(Ф. Ивлев, Ф. Бахарев)

2. Шестиугольник $ABCDEF$ вписан в окружность. Диагонали AD и BE пересекаются в точке X, диагонали AD и CF — в точке Y, а диагонали BE и CF — в точке Z. Оказалось, что $AX = DY$ и $CY = FZ$. Докажите, что $BX = EZ$.

(Д. Максимов, Ф. Петров)

3. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ выполнено $AB > CD$ и $BC > AD$. На лучах AB и CD выбраны точки K и M соответственно так, что $AK = CM = \frac{1}{2}(AB + CD)$, а на лучах BC и DA — точки L и N соответственно так, что $BL = DN = \frac{1}{2}(BC + AD)$. Докажите, что $KLMN$ — прямоугольник и площадь его равна площади $ABCD$.

(Eisso J. Atzema, предложил В. Дубровский)

4. В остроугольном неравнобедренном треугольнике ABC точки O и H — это соответственно центр описанной окружности и точка пересечения высот. Окружность ω_A симметрична описанной около треугольника AOH окружности относительно прямой AO. Аналогично определяются окружности ω_B и ω_C. Докажите, что окружности ω_A, ω_B и ω_C пересекаются в одной точке, лежащей на описанной окружности треугольника ABC.

(Ф. Бахарев по мотивам Iran TST 2013)