

Комбинаторика и логика

1. Петя и Вася по очереди красят ребра 77-угольной пирамиды, по одному за ход. Можно красить еще не окрашенное ребро, у которого все смежные ребра не окрашены. Кто не может сделать ход — проигрывает. Начинает Петя. Кто из них может выигрывать, как бы не играл соперник? (Ребра *смежные*, если у них есть общая вершина.)

(А. Шаповалов)

2. На бесконечной клетчатой доске стоят 2013 фигур: кони, ладьи и ферзи. Известно, что каждая фигура бьет ровно одну другую и побита ровно одной другой. Докажите, что есть ферзь, который бьет свою фигуру по диагонали.

(А. Шаповалов)

3. Прямоугольная доска разбита прямыми, параллельными сторонам, на 99 строк и 99 столбцов, то есть на 99^2 клеток-прямоугольников. Некоторые прямоугольники отметили. Среди отмеченных прямоугольников нет равных, а каждый неотмеченный равен какому-нибудь отмеченному. Может ли быть отмечено ровно 1999 прямоугольников?

(А. Шаповалов)

4. По кругу стоят несколько гирь, не все они одного веса, и веса не обязательно целые. В каждой тройке подряд стоящих гирь вес одной из них равен среднему арифметическому весов гирь в тройке. Докажите, что число гирь делится на 3.

(А. Шаповалов)

5. В колоде из 52 карт потерян туз пик. Про любую пару карт одной масти или одного достоинства известно, сколько карт между ними лежит. Докажите, что этого достаточно, чтобы узнать пару, составленную из самой верхней и самой нижней карт колоды.

(А. Шаповалов)