

Комбинаторика и логика

1. В школьной олимпиаде по математике участвовало 60 человек, по физике — 50, по информатике — 40. Составили три списка: тех, кто участвовал ровно в одной из олимпиад, ровно в двух, ровно в трех. Во всех списках одно и то же число людей. Сколько человек в каждом списке?

(А. Шаповалов)

2. Центр правильного 55-угольника соединили отрезками со всеми его вершинами. Вместе со сторонами 55-угольника получилось 110 отрезков. Петя и Вася по очереди красят эти отрезки, по одному за ход. Можно красить отрезок, только если он и выходящие из его концов отрезки не окрашены. Кто не может сделать ход — проигрывает. Начинает Петя. Кто из них может выигрывать, как бы ни играл соперник?

(А. Шаповалов)

3. На клетчатой доске 100×100 стоят 77 коней, 33 ладьи и ферзь. Известно, что каждая фигура бьет ровно одну другую и побита ровно одной другой. Докажите, что ферзь бьет свою фигуру по диагонали.

(А. Шаповалов)

4. 33 компьютера попарно соединены проводами. Каждый провод покрашен в один из 32 цветов. Назовем компьютер *радужным*, если из него выходят провода всех цветов. Какое наибольшее число компьютеров могут быть радужными?

(Iran 2012)

5. По кругу стоят несколько гирь, не все они одного веса, и веса не обязательно целые. В каждой тройке подряд стоящих гирь вес одной из них равен среднему арифметическому весов гирь в тройке. Докажите, что число гирь делится на 3.

(А. Шаповалов)