

Алгебра и теория чисел

1. Найдите все такие натуральные n и k , что $1! + 3! + \dots + (2n - 1)! = k^2$.

(KöMaL journal)

2. Положительные числа a , b и c таковы, что $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$. Докажите неравенство

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}.$$

(Cruz Mathematicorum)

3. Найдите все такие натуральные a и b , что $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ является корнем уравнения $x^2 + ax - b = 0$.

(Д. Максимов)

4. Найдите все функции $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ такие, что $f(f(n)) + f(n) = 2n + 6$ при всех $n \in \mathbb{N}$.

(Д. Максимов)