МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

11.12.22

8 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. По кольцевому маршруту с постоянными скоростями ездили три Теслы. Красная Тесла ехала на встречу синей и зеленой, причем встречала зеленую каждые 4 минуты, а синюю - каждые 3 минуты. Как часто встречала другие машины зелёная Тесла?
(Усов С.В.)

2. Из 4 палочек сложен контур квадрата. Палочки разрезали так, что всего получилось 7 частей. Докажите, что можно выбрать три части и сложить из них треугольник.
(Шаповалов А.В.)

3. x и y – различные натуральные числа, причем xy – точный квадрат. Докажите, что x^2+xy+y^2 – составное.
(Задворнов В.)

4. Четырехугольник *ABCD* таков, что *BC*||*AD*, через точку пересечения диагоналей *O* провели прямую *m*, пересекающую стороны *AD* и *BC* в точках *M* и *N* соответственно. Пусть *E* – точка пересечения *m* и *AB*, *F* – точка пересечения *m* и *DC*. Докажите, что если *MO=ON*, то *MF=NE*.
(Мещеряков Е.А.)

5. На шахматной доске разрешается выбрать область, содержащую четное число клеток, и взмахнуть волшебной палочкой - все клетки внутри области сменят цвет на противоположный. За какое наименьшее количество таких операций можно сделать доску одноцветной, или такое невозможно в принципе? (Область — это часть шахматной доски, состоящая из нескольких целых клеток этой доски, которая не развалится на отдельные части, если вырезать ее из шахматной доски.)
(Усов С.В.)

6. Несколько человек - рыцарей и лжецов - расставили по кругу и сообщили священное натуральное число без повторяющихся цифр, после чего одному из них дали микрофон, и он заявил: "В этом числе есть цифра 1". Потом подумал немного и сказал: "Это число делится на 1", и передал микрофон соседу слева. Тот произнёс в точности те же фразы, заменив "1" на "2", и передал микрофон соседу слева, и т.д. Левый сосед того, кто говорил про цифру 9, сказал "Это число содержит 0". А потом вдруг ляпнул: "Оно делится на 0" - и выронил микрофон. Известно, что цифр в священном числе на одну меньше, чем говоривших лжецов. На какую цифру оканчивается священное число?
(Усов С.В.)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

11.12.22

9 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. Придумайте число, состоящее из различных цифр, которое нацело делится на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
(Кукина Е.Г.)

2. По кольцевому маршруту с постоянными скоростями ездили три Теслы. Красная Тесла зарегистрировала, что встречала зеленую каждые 3 минуты, а синюю каждые 5 минут. Зеленая: красную каждые 2 минуты, синюю - каждые 12. Синяя: красную каждые 4 минуты, зелёную каждые 7 минут. Оказалось, что каждая Тесла дала ровно одно верное показание. Как часто встречались Теслы, ездившие в одном направлении?
(Усов С.В.)

3. Существуют ли два различных приведенных многочлена $x^2 + p_1x + q_1$, $x^2 + p_2x + q_2$, причем p_1, q_1 - корни второго, а p_2q_2 - корни первого?
(Усов С.В.)

4. Четырехугольник *ABCD* таков, что *AB*||*CD*, через точку пересечения диагоналей *O* провели прямую *m*, пересекающую стороны *AD* и *BC* в точках *M* и *N* соответственно. Пусть *E* – точка пересечения *m* и *AB*, *F* – точка пересечения *m* и *CD*. Докажите, что если *MO=ON*, то *MF=NE*.
(Мещеряков Е.А.)

5. На шахматной доске без угловой белой клетки разрешается выбрать область, содержащую чётное число клеток, и взмахнуть волшебной палочкой - все клетки внутри области сменят цвет на противоположный. За какое наименьшее количество таких операций можно сделать доску чёрной, или такое невозможно в принципе? (область — это часть шахматной доски, состоящая из нескольких целых клеток этой доски, которая не развалится на отдельные части, если вырезать ее из шахматной доски.)
(Усов С.В.)

6. Дома у хоббитов имеют не только дверь наружу, но и соединены с домами других хоббитов системой нор (без перекрестков), причем от каждого дома норами можно дойти до любого другого. При проведении соц. Опроса в котором участвовали все 100 хоббитов указали, что из их дома выходит 1 нора, 100 – что 2 норы, и т.д. 100 – что *n* нор к другим домам. Но половина всех хоббитов – хвастуны, и указали число большее, чем на самом деле, так что указанное общее число выходов в норы оказалось в полтора раза больше истинного. Честный хоббит Бильбо Бэггинс рассказывал, что однажды отправился в путешествие по норам и, спустя некоторое время, вернулся домой, посетив при этом дома всех хвастунов и не используя ни одну нору повторно. При каком наименьшем *n* это возможно, если известно, что нор между домами честных хоббитов нет.
(Усов С.В.)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

11.12.22

10-11 классы

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. Придумайте число, состоящее из различных цифр, которое нацело делится на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
(Кукина Е.Г.)

2. x и y – различные натуральные числа, причем их произведение – точный квадрат. Докажите, что разность их кубов раскладывается в произведение трёх натуральных чисел, отличных от 1.
(Задворнов В.)

3. Из 4 палочек сложен контур квадрата. Палочки разрезали так, что всего получилось 10 частей. Докажите, что можно выбрать три части и сложить из них треугольник.
(Шаповалов А.В.)

4. По кругу стоят 2022 многочлена вида $x^2 - px + q$, корни каждого являются коэффициентами следующего по часовой стрелке, причем хотя бы один из корней ненулевой. Что больше: произведение всех пэшек или сумма всех кушек?
(Усов С.В.)

5. Дома у хоббитов имеют не только дверь наружу, но и соединены с домами других хоббитов системой нор (без перекрестков). При проведении соц. опроса в котором участвовали все, 100 хоббитов указали, что из их дома выходит 1 нора, 100 – что 2 норы, и т.д. 100 – что n нор к другим домам. Половина хоббитов – честные, и всегда говорят правду, а половина – хвастуны, любят приврать, и указали число большее, чем на самом деле, так что указанное общее число выходов в норы оказалось в два раза больше истинного. Хоббит Бильбо Бэггинс рассказывал, что однажды отправился в путешествие по норам и выяснил, что невозможно за один переход по норе от честного хоббита добраться к честному. А не хвастун ли Бильбо?
(Усов С.В.)

6. В треугольнике ABC ($AB \neq BC$) прямая, проходящая через вершину B и точку касания отрезка AC с соответствующей вневписанной окружностью, пересекает биссектрисы углов A и C в точках M и N . А сами биссектриссы пересекаются в точке O. Докажите, что равны площади треугольников AON и CMO.
(Задворнов В.)