

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

15.12.2019, 9 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,
создателя системы городских математических олимпиад.*

1. В колонну выстроились 2019 учеников из школы рыцарей и из школы лжецов. Каждый ученик, стоящий на нечетном месте, кроме первого, сказал «Человек передо мной – лжец». Каждый ученик, стоящий на четном месте, сказал «Мои соседи из одной школы». Каково число рыцарей в колонне? (С.Усов)
2. Докажите, что натуральное число с четной суммой цифр можно представить как сумму двух слагаемых с одинаковыми суммами цифр. (А.Шановалов)
3. Различные числа a и b таковы, что уравнения $x^2+ax+1=0$ и $x^2+bx+a=0$ имеют общий действительный корень. Кроме того, общий действительный корень имеют уравнения $x^2+x+b=0$ и $x^2+ax+1=0$. Найдите эти числа. (С.Усов)
4. В пятиугольнике каждая диагональ параллельна какой-то стороне. Продолжения сторон продлили до пересечения, получив "большую звезду". Во сколько раз периметр "большой звезды" больше периметра "малой звезды", образованной диагоналями пятиугольника? (С.Усов)
5. 50 эльфов и 50 орков подошли к реке, у которой находится лодка, выдерживающая 300 кг, с одной парой весел. Грести умеют и эльфы, и орки, но эльф может грести, только если в лодке кроме него никого нет. Кроме того, эльф не согласен наедине оставаться или плыть с орками. Эльф весит 50, орк – 110 кг, одна переправа занимает 30 минут. За какое наименьшее количество часов им удастся переправиться? (С.Усов)
6. Найдите все натуральные числа, имеющие хотя бы два различных собственных делителя и кратные разности любых своих различных собственных делителей. (С.Усов)