

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

15.12.2019, 8 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. В интернет-магазине «Всё из Китая» 1 ноября повысили цены на Айфон на $x\%$, чтобы в Черную пятницу сделать на него скидку на $2x\%$. У Васи есть купон на скидку в $x\%$, который, однако, не действует в Черную пятницу. «Вот мошенники!», подумал Вася, «Ведь зная об этом, я бы мог купить Айфон 31 октября дешевле, чем могу сейчас, в Черную Пятницу!». Прав ли он? (С.Усов)
2. В пятиугольнике $ABCDE$ каждая диагональ параллельна одной из сторон. Сторону AB продлили до пересечения с продолжениями сторон CD и DE , точки пересечения обозначили X и Y . Докажите, что $AX = BY$. (С.Усов)
3. Докажите, что натуральное число с четной суммой цифр можно представить как сумму двух слагаемых с одинаковыми суммами цифр. (А.Шаповалов)
4. 2019 человек из города рыцарей и из города лжецов собрались на площади, и вдруг кто-то, указав на другого, заявил: «Это лжец!». После чего каждый, про которого было сделано заявление, либо указал на ранее неназванного и заявил «Это лжец», либо указал на двух неназванных и заявил «Эти двое – из одного города!», либо промолчал. Кого было на площади больше, рыцарей или лжецов, если на каждого кто-то указал, а все промолчавшие оказались рыцарями? (С.Усов)
5. 50 эльфов и 50 орков подошли к реке, у которой находится лодка, выдерживающая 300 кг, с одной парой весел. Грести умеют и эльфы, и орки, но эльф может грести, только если в лодке кроме него никого нет. Кроме того, эльф не согласен наедине оставаться или плыть с орками. Эльф весит 50, орк – 110 кг, одна переправа занимает 30 минут. За какое наименьшее количество часов им удастся переправиться? (С.Усов)
6. В клетчатом прямоугольнике 20×19 по границам клеток проведена замкнутая несамопересекающаяся ломаная. В каждую клетку вписали, сколько её сторон лежат на ломаной. Было вписано поровну чисел 0, 1, 2 и 3. Докажите, что
а) есть звено ломаной, идущее по границе прямоугольника;
б) общая длина таких звеньев не менее 2. (А.Шаповалов)