Математическая олимпиада школьников имени Г.П. Кукина

04.02.17 • 6 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

Решения задач довывода.

1. **Решение.** Назовем анекдоты A, B, C. Пусть анекдот A знает 2 человека.
   - Плывут на правый B и C. Два A – остаются на левом.
   - Один плывет обратно. Берет оттуда A и плывет на правый. Сейчас на правом один знает BC и 2 знают ABC.
   - Человек BC плывет за оставшимся на берегу A.

   Всего пять поездок.

2. **Ответ.** 757/1260. **Решение.** Если отнять от числителя 1, сумма числителя и знаменателя будет 2016. Всего 2016 разбивается на 8 равных частей, 3 из которых в числителе, 5 в знаменателе. Поэтому одна часть 252 и после вычитания 1 дробь была 756/1260. А до сокращения 757/1260.

3. **Ответ.** 24 см. **Решение.** Поскольку ленточки одинаковой ширины, фигуры на их пересечении – квадраты. Поскольку периметр такого прямоугольника 4 – сторона такого квадрата (она же ширина ленточки) 1 см. Поэтому по сравнению с внутренним прямоугольником, каждая соответствующая сторона внешнего длиннее на 2 см. А весь периметр больше на 2*4=8 см. Поэтому периметр внешнего 24 см.

4. **Ответ.** Девочка. **Решение.** Все девочки одного класса называют одно и то же число. Все мальчики одного класса тоже называют одно и то же число. Мальчиков в одном классе может быть либо 3 (тогда они говорят «два»), либо 4 (тогда они говорят «три»), либо в каком-то классе может не быть мальчиков. Поэтому в двух классах мальчиков может быть 3, 4, 6, 7 или 8. Среди ребят 4 или 5 мальчиков. 5 – невозможно. Значит, мальчиков 4. И Саша – девочка. Пример с Сашей-девочкой: все мальчики В, Д, Е, Л – в одном классе (говорят «трое»), а все девочки И, С, Т – в другом классе и отвечают «двое».

5. **Ответ.** Пять. **Решение.** На четырех боковых гранях суммарное количество точек 1+2+3+4=10 или даже больше. Отсюда следует, что на верхней грани 6 точек или даже больше. Больше, очевидно, не может быть. Поэтому 6. Но тогда на боковых – в точности 10 и это 1+2+3+4 (пятерка участвовать не может). Поэтому на нижней грани пятерка.

6. **Ответ.** В 2 раза. **Решение.** Пусть с обычной скоростью Красная Шапка проходит путь за 6 сигов (сиг – выдуманная единица времени). Тогда на пути туда она 2 сига шла до встречи с Волком, а потом 2 сига бежала (т.к. суммарное время оказалось 4 сига). Поэтому бегает она вдвое быстрее, чем ходит. Значит, на обратном пути она пробежала 1 сиг. А все остальное время (8 сигов) она еле-еле тащилась то расстояние, которое обычно проходит за 4 сига. Поэтому медленно крадется она вдвое медленнее, чем обычная ее скорость.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

04.02.17 • 6 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

Решения задач вывода.

7. **Ответ.** 1009 исправных. **Решение.** Введем робота №0, который ответил не то, что робот №1 (т.е. ответы по-прежнему чередуются). Заметим, что на отрезке **00-**09 и правильные ответы, и услышанные ответы чередуются. Поэтому на отрезке **00-**09 все роботы одного типа (либо все сломанные, либо все нормальные). На отрезке **10-**19, **20-**29 и т.д. аналогично. А вот переход с **09 до **10 правильный ответ одинаковый, а полученные ответы разные – поэтому на соседних участках роботы разные. Таким образом, на отрезке **00 ... **99 одинаковое количество исправных и неисправных роботов. (по 50 исправных и неисправных). Остались роботы 2000-2017. Среди них 2000-2009 такого же типа, как и №1. А вот 2010-2017 другого типа. Поэтому среди 2018 рассмотренных роботов типа «как №1» на 2 больше, чем типа «не как №1». Значит, в исходном наборе роботов типа «как №1» на 1 больше. Значит, первый робот – исправный. Исправных на 1 больше, поэтому исправных 1009 штук.

8. **Ответ.** Боря показал Вове бумагу, Вова Боре – камень.

Решение. 1. Всего каждый сыграл 3 раза, выпало 12 фигур, прошло 6 игр. В сумме игроки набрали 6 баллов.

2. Всего было 12 фигур, каждая фигура использована 4 раза. Все Н известно у кого. Значит, у Бори и Вовы три раза Б и три раза К.

3. В сумме набрано 6 баллов. Если бы у Глеба было 1 балл или больше, на 3 месте было бы 1,5 балла или больше, на втором 2 балла или больше, на первом 2,5 балла или больше и в сумме было бы 7 баллов или больше. Поэтому у Глеба 0 или 0,5 баллов. Глеб ни разу не выигрывал и максимум 1 раз сыграл вничью.

4. Аналогично, Аня не могла набрать 2 балла или меньше. Т.е. у Ани 2,5 или 3 балла. Аня ни разу не проигрывала и максимум 1 раз сыграла вничью.

5. У Бори и Вовы 3 раза Б и 3 раза К. Значит, вничью с Глебом они сыграть не могли, поэтому оба у него выиграли, поэтому оба показали Глебу К. У одного из них ББК, у другого ККБ.

6. Теперь рассмотрим 2 случая. Боря и Вова показали друг другу Б. Или Боря и Вова показали друг другу КБ.

7. Боря и Вова показали друг другу Б. Тогда Ане все три мальчика показали разные фигуры. Если бы Аня хоть один раз сыграла вничью, то 2 другие игры либо тоже вничью, либо одна выигрыш, другая проигрыш. Поэтому Аня вничью с ними играть не могла и должна была все три игры выиграть. Но тогда у Бори и Вовы было бы одинаковое количество баллов (1,5 балла). Поэтому этот случай невозможен.

Математическая олимпиада школьников имени Г.П. Кукина

04.02.17 • 6 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

8. Боря и Вова показали друг другу КБ. Тогда Ане оба показали Б. Аня не могла проиграть Глебу, поэтому Глебу она показала не Б. Значит, Б она показала Боре и Вове, сыграв вничью. Поэтому у других двоих она должна была выиграть. Т.е. Глебу показала К, а третьему парню – Н. Аня набрала 2,5 балла. Если бы в Борьбе Бори и Вовы выиграл тот, что сыграл с Аней вничью, у него тоже было бы 2,5 балла. Поэтому в борьбе Бори и Вовы выиграл тот, который проиграл Ане. И он на 2 месте (2 балла у него). Боря выиграл у Вовы, показав Б. Вова, соответственно, показал Боре К.

Комментарий: в итоге у Ани 2,5 балла; у Бори 2 балла; у Вовы 1,5 балла, у Глеба 0 баллов.

9. **Решение.** На картинке мы видим каждый раз 6 кубиков. Может ли так быть, что у Саши было всего 6 кубиков? Нет. Во-первых, на каждой картинке мы видим их все, поэтому на каждом кубике должны и ромбик, и кружок, и пустая грань. Но должно быть 3 кубика, у которых 3 грани с ромбиком, 3 кубика, у которых 3 грани с кружком и 3 кубика, у которых 3 грани пустых. А кубик, у которого 3 грани одного типа, а три другого быть не может. Значит, это все разные кубики. Противоречие. Значит, кубиков не меньше семи. С семью проходит. (ХХХ покрашено «уголком») КККРРР, КККППП, РРРППП, КККРРП, РРРППК, ПППККР, РРККПП. (Р-ромбик, К-кружок, П-пусто)

10. **Решение**. Числа ab, cd, ef. Тогда $ab+10c+d=10f+e$, $ab+10e+f=10d+c$. Вычитаем одно из другого $11(c+d)=11(e+f)$. Поэтому $c+d=e+f=a+b$ (последнее – аналогично). Поэтому остатки при делении на 9 у всех одинаковые. (В том числе, и у чисел, записанных задом-наперед). Складывая два одинаковых остатка, получаем тот же остаток. Поэтому остаток этот – ноль. Все числа делятся на 9, значит это 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90 и 99. Очевидно, что 99 отпадает (у него другая сумма цифр). 90 отпадает (потому что наоборот оно 09 – сумма двух двузначных не может быть). Аналогично отпадает 81, 72 и 63. (сумма двух двузначных из этого списка минимум 45, а не 18, 27 или 36). 45 или 36 большим числом из тройки быть не может, потому что есть условие, что большее число больше суммы двух других, а сумма двух меньших не меньше 45. Поэтому ответ: 54, 27 и 18.