

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА
18.12.2016, 10-11 класс
г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,
создателя системы городских математических олимпиад.*

1. 10 лямзиков весами $1, 2, \dots, 10$ кг желают переправиться через реку на лодке, которая выдерживает не больше 10 кг. Смогут ли они это сделать, если каждый лямзик может грести не более двух раз? (С.В. Усов)
2. Найдите все тройки чисел x, y, z , удовлетворяющие неравенству $2x\sqrt{y-1} + 2y\sqrt{z-1} + 2z\sqrt{x-1} \geq xy + yz + xz$. (Чемёркин А.А.)
3. Квадратный трёхчлен не имеет корней. Если прибавить к каждому из его коэффициентов по 1, то получится трёхчлен, имеющий корни. Может ли иметь корни трёхчлен, который получится из исходного, если отнять от каждого его коэффициента по 1? (Штерн А.С.)
4. На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки K и M соответственно. Отрезки AM и CK пересекаются в точке P , причем выполняется равенство $KB \times PC = PM \times BC$. Докажите, что либо четырехугольник $BKPM$ вписанный, либо четырехугольник $AKMC$ – вписанный. (Чернявская И.А., Кукина Е.Г.)
5. Каждая грань куба с ребром 8 разбита на единичные квадратики. Можно ли так провести плоское сечение куба, чтобы оно разбило 50 квадратиков на части ненулевой площади? (Шаповалов А.В.)
6. Тройка различных натуральных чисел (a, b, c) называется воодушевляющей, если при делении a на b получается остаток c . Существует ли набор чисел, в котором воодушевляющих троек ровно в 1000 раз больше, чем чисел в этом наборе? (С.В. Усов)