

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

18.12.2016, 9 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,
создателя системы городских математических олимпиад.*

1. 10 лямзиков весами $1, 2, \dots, 10$ кг желают переправиться через реку на лодке, которая выдерживает не больше 10 кг. Смогут ли они это сделать, если каждый лямзик может грести не более двух раз?
(С.В. Усов)
2. Деревни Петино и Ванино расположены на расстоянии 100 км друг от друга. Два велосипедиста Ваня и Петя одновременно выехали из деревень Ванино и Петино (с различными скоростями) навстречу друг другу, и встретились в деревне Толино. На следующий день они снова выехали из своих деревень, причём Петя увеличил скорость в 2 раза, по сравнению со вчерашней, а Ваня ехал с той же скоростью. На этот раз велосипедисты встретились в деревне Димино, расположенной на том же расстоянии от Петино, на каком Толино расположено от Ванино. Найдите это расстояние. (А.С. Штерн)
3. Дедушка забыл четырехзначный код замка. Помнил только, что цифры идут строго по возрастанию, а их произведение двузначно. Внучек решил помочь дедушке и сообщил ему произведение цифр. «Это мне не поможет» - ответил дедушка. Тогда внучек назвал третью цифру. «А это я уже и так знаю» - проворчал дедушка. Найдите все возможные варианты кода. (С.В. Усов)
4. У вписанного 21-угольника все углы измеряются целым числом градусов. Докажите, что у многоугольника есть параллельные диагонали. (Шаповалов А.В.)
5. На сторонах BC , CA , AB треугольника ABC выбраны точки A_1 , B_1 , C_1 соответственно так, что прямая A_1C_1 пересекает прямую AC в точке K , расположенной за точкой A . Прямая A_1B_1 пересекает прямую AB в точке M , расположенной также за точкой A . Известно, что площади четырёх треугольников KAC_1 , BA_1C_1 , CA_1B_1 и MAV_1 равны. Докажите, что прямые BC и KM параллельны. (С.В. Усов)
6. Тройка различных целых неотрицательных чисел (a, b, c) называется воодушевляющей, если при делении числа a на число b в остатке получается число c . Каково наибольшее количество воодушевляющих троек можно составить из 2016 различных целых неотрицательных чисел? (С.В. Усов)