

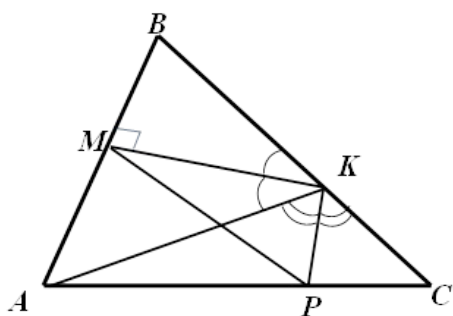
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

18.12.16 8 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,
создателя системы городских математических олимпиад.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

- 1. Решение.** Да, будут. Например: 23.08.17, 24.08.17, 25.08.17, 26.08.17. Или: 23.09.17, 24.09.17, 25.09.17, 26.09.17.
 - 2. Ответ.** 20:19. **Решение.** Пусть $AB=a$, $BC=b$, и первая прямая делит сторону BC на отрезки x , $b-x$. Тогда по условию $b-x=2x$ и $5(x+a)=3(b-x+a)$, откуда $b=6a$. Пусть теперь вторая прямая делит сторону AB на отрезки y , $a-y$. По условию $y=2(a-y)$, то есть $y=2a/3$. Тогда отношение периметров равно $(y+b)/(a-y+b)=20:19$.
 - 3. Решение.** Прямые KM и MP перпендикулярны, как биссектрисы смежных углов. Поэтому треугольник BMK тоже прямоугольный. Но угол BKM острый, и, если бы прямым был угол KVM , выполнялось бы равенство отрезков $MK=MP$. Но один из этих отрезков катет, а другой – гипотенуза прямоугольного треугольника KMP . Значит, прямым является угол BMK , и в треугольнике ABK высота является высотой и биссектрисой, а, значит, и медианой.
- 
- 4. Решение.** Если бы гребли не более 11 лямзиков, то было бы не более 22 перевозок. Значит, рейсов «туда» было бы не более одиннадцати. На другой берег нужно перевезти 98 кг, поэтому рейсов «туда» не может быть меньше 10. Значит возможны два варианта: «туда 10, обратно 9» или «туда 11, обратно 10». Тех, кто вёз лодку обратно, нужно вернуть. Поэтому в любом случае туда нужно перевезти не менее $98+18=116$ кг, но даже за 11 рейсов столько не перевезёшь.
 - 5. Ответ.** 150. **Решение.** Третья цифра этого числа равна остатку от его деления на число, образованное двумя первыми цифрами. Поэтому третья цифра равна нулю, и число имеет вид $ab0$. Из условия следует, что двузначное число ab делится на однозначные числа a и b . Это, в свою очередь, эквивалентно тому, что b делится на a , и $10a$ делится на b . Поэтому либо $b=2a$, либо $b=5a$. Получаются следующие варианты: 120, 240, 360, 480, 150. Легко видеть, что НОК получается только в последнем случае.
 - 6. Ответ.** 30 градусов. *Оценка.* Есть 6 пар точек, то есть 6 возможных прямых. По условию, среди них нет параллельных. Перенесем их все в одну точку. Они разобьют плоскость на 12 углов, поэтому есть угол не более 30 градусов. *Пример.* Из шести вершин правильного шестиугольника выкинем двух соседей одной из вершин.