

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

20.12.15 • 9 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,
создателя системы городских математических олимпиад.*

1. Три попарно различных числа подобраны так, что квадрат первого равен сумме квадратов второго и третьего, а квадрат второго равен квадрату суммы первого и третьего. Чему может быть равна сумма этих трёх чисел? Дайте полный и обоснованный ответ на этот вопрос. (Штерн А.С.)
2. Замените в словах СОРОКА и ВОРОНА буквы цифрами так, чтобы разность между большим и меньшим из этих чисел имела сумму цифр 40. Разные буквы нужно заменять разными цифрами, а одинаковые – одинаковыми. Не забудьте показать, что Ваш пример годится. (Штерн А.С.)
3. В треугольнике ABC угол C прямой, угол $B=60^\circ$, BD – биссектриса. Точка K выбрана на отрезке AC , точка M – на отрезке AB , так что треугольник KMD – правильный. Найдите отношение MC/AK . (Усов С.В.)

4. В марсианском парламенте заседают депутаты трёх партий: «Шипящие», «Согласные» и «Гласные», причём в каждой фракции по 70 человек. На голосование был поставлен проект закона «О реконструкции марсианских каналов». После голосования все депутаты были опрошены и дали такие данные.

Известно, из «согласных» депутатов сказали правду те и только те, кто поддержал		За	Против	Воздержались
	Шипящие	10	50	10
	Согласные	20	30	20
	Гласные		10	60

законопроект, из «гласных» те и только те, кто проголосовал против, а из «шипящих» - воздержавшиеся. Кроме того, автоматическая система подсчета установила, что кнопку «Против» нажимали вдвое чаще, чем кнопку «Воздержаться». Законопроект считается принятым, если за него подано не менее 50% голосов. Был ли принят законопроект? (Усов С.В.)

5. В равнобедренном треугольнике ABC $AC=CB$. Построена окружность с центром в вершине C , радиус которой меньше высоты CH треугольника. Прямые AP и BQ касаются окружности так, что точки касания P и Q расположены по одну сторону от прямой CH . Докажите, что точки H , P , и Q лежат на одной прямой. (Балканская олимпиада)
6. Натуральное число называется элегантным, если у него больше одного простого делителя, и оно делится на сумму любых двух своих различных простых делителей. Найдите все четырёхзначные элегантные числа. (Штерн А.С.)