

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

20.12.15 • 9 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,  
создателя системы городских математических олимпиад.*

1. Три попарно различных числа подобраны так, что квадрат первого равен сумме квадратов второго и третьего, а квадрат второго равен квадрату суммы первого и третьего. Чему может быть равна сумма этих трёх чисел? Дайте полный и обоснованный ответ на этот вопрос. (Штерн А.С.)
2. Замените в словах СОРОКА и ВОРОНА буквы цифрами так, чтобы разность между большим и меньшим из этих чисел имела сумму цифр 40. Разные буквы нужно заменять разными цифрами, а одинаковые – одинаковыми. Не забудьте показать, что Ваш пример годится. (Штерн А.С.)
3. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой, угол  $B=60^\circ$ ,  $BD$  – биссектриса. Точка  $K$  выбрана на отрезке  $AC$ , точка  $M$  – на отрезке  $AB$ , так что треугольник  $KMD$  – правильный. Найдите отношение  $MC/AK$ . (Усов С.В.)

4. В марсианском парламенте заседают депутаты трёх партий: «Шипящие», «Согласные» и «Гласные», причём в каждой фракции по 70 человек. На голосование был поставлен проект закона «О реконструкции марсианских каналов». После голосования все депутаты были опрошены и дали такие данные.

Известно,	из		За	Против	Воздержались
«согласных»		Шипящие	10	50	10
депутатов	сказали	Согласные	20	30	20
правду те и только те,		Гласные		10	60
кто	поддержал				

законопроект, из «гласных» те и только те, кто проголосовал против, а из «шипящих» - воздержавшиеся. Кроме того, автоматическая система подсчета установила, что кнопку «Против» нажимали вдвое чаще, чем кнопку «Воздержаться». Законопроект считается принятым, если за него подано не менее 50% голосов. Был ли принят законопроект? (Усов С.В.)

5. В равнобедренном треугольнике  $ABC$   $AC=CB$ . Построена окружность с центром в вершине  $C$ , радиус которой меньше высоты  $CH$  треугольника. Прямые  $AP$  и  $BQ$  касаются окружности так, что точки касания  $P$  и  $Q$  расположены по одну сторону от прямой  $CH$ . Докажите, что точки  $H$ ,  $P$ , и  $Q$  лежат на одной прямой. (Балканская олимпиада)
6. Натуральное число называется элегантным, если у него больше одного простого делителя, и оно делится на сумму любых двух своих различных простых делителей. Найдите все четырёхзначные элегантные числа. (Штерн А.С.)