

Математическая олимпиада школьников имени Г.П. Кукина

16.12.12 • 10 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. На доске написаны четыре натуральных числа. За один ход десятиклассник Вася выбирает любые два не взаимно простых числа и делит каждое из них на их НОД. Вася мечтает получить набор (1, 1, 1, 1). Приведите пример четырёх двузначных чисел, которые нужно написать на доске, чтобы мечта Васи сбылась после четырёх ходов (не раньше!).
2. Три различных положительных числа x, y, z подобраны так, что выполнено равенство $x^2yz + xy^2z^2 - 4xyz + x + yz = 0$. Сколько среди них чисел, больших 1?
3. В прямоугольном треугольнике из одного острого угла провели медиану, а из другого биссектрису. Медиана поделила биссектрису в отношении 3:2, считая от вершины. Найдите углы треугольника.
4. На доске написано выражение $x^2 + *x + * = 0$ и некоторое число (не обязательно целое). Ученик Петя раскладывает его произвольным образом в сумму двух слагаемых (не обязательно одного знака), и расставляет слагаемые вместо звёздочек. Петя хочет, чтобы полученное квадратное уравнение имело ровно один корень. Какое число должно быть написано на доске, чтобы Пете удалось добиться желаемого, и как он для этого должен действовать? Дайте полный ответ на этот вопрос.
5. Продолжения сторон AB и CD вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке X , продолжения сторон AD и BC – в точке Y . Биссектриса угла AYB пересекает сторону AB в точке G , биссектриса угла BXC пересекает сторону AD в точке E . Докажите, что прямая EG параллельна диагонали BD .
6. В лагерь приехали дети. В начале сезона никто никого не знал. В конце сезона каждый знал ровно 22 человека. При этом любые двое знакомых не имели ни одного общего знакомого, а любые двое незнакомых имеют ровно 6 общих знакомых. Сколько детей отдыхало в лагере?

www.ashap.info/Turniry/Kukin/index.html