

Олимпиада им. Г.П.Кукина

8 КЛАСС. 2009-2010 уч. год.

1. Известно, что $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = 3$. Найдите значение выражения $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} + \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$.

2. Даны два четырехугольника, один из которых обладает двумя из ниже перечисленных свойств, другой – двумя остальными. Докажите, что один из них – ромб.

а) противоположные стороны попарно равны;

б) две противоположных стороны параллельны;

в) какие-то две соседние стороны равны;

г) диагонали перпендикулярны и делятся точкой пересечения в одном и том же отношении. (Усов С.В.)

3. Назовем неотрицательное целое число зеврой, если в его записи строго чередуются четные и нечетные цифры. Может ли разность двух 100-значных зебр быть 100-значной зеврой? (Шаповалов А.В.)

4. На авторынке можно обменять три автомобиля Жигули на одну Волгу и один Мерседес, а три Волги на два Жигули и один Мерседес. Сможет ли коллекционер Вася, имея 700 Жигулей, получить 400 Мерседесов? (Адельшин А.В.)

5. Правильный треугольник со стороной 2 разбит на треугольники со стороной 1. В вершины этих треугольников положены 6 одинаковых с виду монет. Известно, что две из них фальшивые, легче настоящих, и лежат в концах единичного отрезка. Как найти обе фальшивые монеты за 2 взвешивания на чашечных весах без гирь? (Фальшивые весят одинаково, настоящие – тоже). (Шаповалов А.В.)

6. Петя нашёл сумму всех нечётных делителей некоторого чётного числа, а Вася – сумму всех чётных делителей этого числа. Может ли произведение этих двух чисел быть точным квадратом? (Штерн А.С.)

www.ashap.info/Turniry/Kukin/index.html