

Олимпиада им. Г.П.Кукина

10 КЛАСС. 2008-2009 уч. год

1. Расставьте в равенстве $(x^2 - *x + *) (x^2 - *x + *) (x^2 - *x + *) = 0$ вместо звёздочек числа 2, 3, 4, 5, 6, 7 так, чтобы и сумма и произведение всех различных корней полученного уравнения были равны 6? (*Штерн А.С.*)
2. В каждой клетке квадрата 2008×2008 стоит целое число. При этом в каждой строке квадрата образовалась арифметическая прогрессия. Докажите, что сумма всех чисел в таблице делится на 4. (*Усов С.В.*)
3. AA_1 , BB_1 , CC_1 – медианы треугольника ABC . O_1 , O_2 , O_3 – точки пересечения медиан треугольников AA_1B , BB_1C и CC_1A соответственно. Найти площадь треугольника $O_1O_2O_3$, если площадь треугольника ABC равна 1. (*Кукина Е.Г.*)
4. На каждой клетке шахматной доски стоит по королю черного или белого цвета так, что каждый бьет больше королей чужого цвета, чем своего. Может ли белых и черных королей быть не поровну? (Король бьет на одну клетку по вертикали, горизонтали или диагонали в любом направлении) (*Шановалов А.В.*)
5. Имеется много коробок, в каждой из которых лежат шарики трёх цветов: красные, синие и белые (все три цвета присутствуют в каждой коробке). Красный шарик настолько же легче белого, насколько белый легче синего. Известно, что в каждой коробке лежит по 20 шариков, в одной из самых тяжёлых коробок (возможно, есть другие такого же веса, но нет более тяжёлых) 7 красных, 12 белых и 1 синий шарик, а всего синих шариков 1000. Какое наименьшее количество красных шариков может лежать в коробках? (*Усов С.В.*)
6. Люк загадал двузначное число, разбил его на сумму двух различных натуральных чисел и сообщил одно из этих чисел роботу R2-D2, а второе роботу С-ЗРО. Само число Люк роботам не сообщал, а сказал только, что их числа различны, и дают в сумме двузначное число. После чего между роботами состоялся следующий диалог. R2-D2: «Я не знаю, какое из наших чисел больше». С-ЗРО: «И я этого не знаю. Сообщаю, что моё число делится на 17». R2-D2: «Теперь я знаю, какое число загадал Люк». Какое? (*Усов С.В.*)